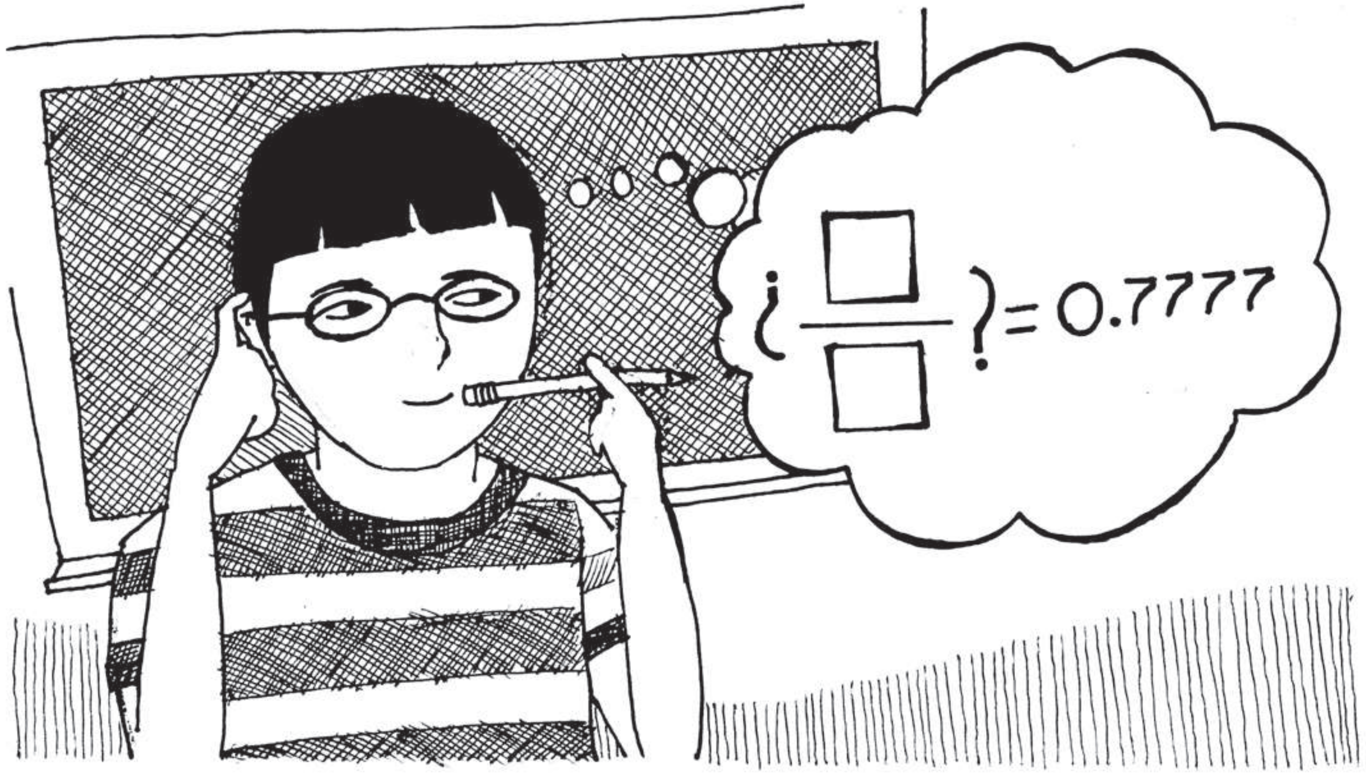
## La hora del reto

¿A qué fracción corresponde la escritura decimal periódica $0.\overline{77}$?




## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Convierto fracciones decimales a su escritura decimal y viceversa.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Convierto fracciones no decimales a su escritura decimal y viceversa.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza

Consejo Nacional de Fomento Educativo





1

# Compras en el mercado

Aprendizajes esperados:

*Conversión de fracciones decimales y no decimales a su escritura decimal y viceversa.*

## Activa lo que sabes

Los hermanos Ana y Juan fueron al mercado y compraron diversos alimentos.



Observa las bolsas de cada uno.

¿Quién lleva más peso?

¿De qué productos llevan la misma cantidad?

¿Cuánto falta de tortillas para completar 1 kilogramo?

¿De qué producto llevan más de 1 kilogramo?

¿De qué producto llevan más?

## ¿Cuál es el problema?

Ana compró 0.36 metros de listón y Juan compró $\frac{1}{4}$ de metro de cable.

¿Qué hay más, listón o cable?

¿Qué harías para comparar las dos cantidades?

¿Cómo sabes cuál de estas dos fracciones es la mayor?

## Tiempo de aprender

Una fracción decimal es aquella en que la unidad se divide en potencias de 10 (10, 100, 1000,10 000…).

Se puede expresar:

$\frac{1}{4}, \frac{25}{100}, \frac{5}{1000}$

Para convertir un decimal a una fracción, por ejemplo 0.25, se realiza lo siguiente:

Se lee el decimal:

0.25 *veinticinco centésimos*

Se escribe como una fracción:

$\frac{25}{100}$

Se escribe en su forma más simple (simplificar):

$\frac{25}{100} = \frac{1}{4} \longrightarrow 0.25 = \frac{1}{4}$

Cuando el decimal contiene enteros.

Convertir 2.75

Se lee el decimal:

2.75 *Dos enteros setenta y cinco centésimos.*

Se escribe como una fracción:

$\frac{275}{100}$

Se escribe en su forma más simple (simplificar):

$\frac{275}{100} = \frac{11}{4} = 2\,\frac{3}{4}$ --- $2.75 = 2\,\frac{3}{4}$

Para encontrar la escritura decimal de una fracción se divide el numerador entre el denominador.

Por ejemplo: expresar $\frac{7}{20}$ en decimal.

```
      0.35
20 ⟌ 7.00
     1 00
        0
```

Para encontrar el resultado exacto de la división se agregaron a la derecha del 7, el punto decimal y ceros.

La escritura decimal de $\frac{7}{20}$ es 0.35.

No todas las fracciones tienen una escritura decimal con un número determinado de cifras, pero puede reconocerse un patrón de cómo se repiten:

```
      0.2525
99 ⟌ 25.0000
      5 20
        250
         520
          25
```

En este caso la cifras **2** y **5** se repiten por lo que el cociente tendrá un número indeterminado de cifras decimales.

Expresiones como 0.2525… se les nombra **decimales periódicos** y se coloca una rayita sobre las cifras que se repiten para poder expresar su escritura decimal.

$\frac{25}{99} = 0.\overline{25}$

## Ponte a prueba

### Actividad 1

Convierte las siguientes fracciones a su escritura decimal.

a. $\frac{1}{2} =$

b. $\frac{2}{5} =$

c. $\frac{4}{20} =$

d. $\frac{2}{3} =$

e. $\frac{1}{7} =$

### Actividad 2

Convierte los siguientes decimales a fracción.

a. 0.125 =

b. 0.25 =

c. 12.34 =

d. 3.5 =

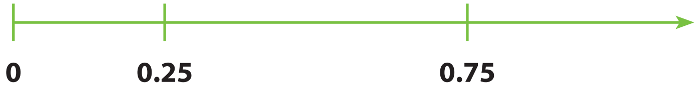
e. 56.3 =

f. 3.64 =

## La hora del reto

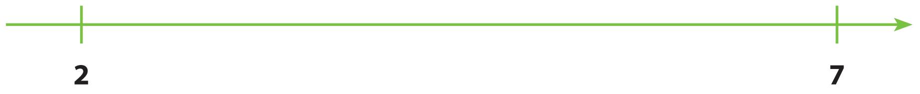
En las siguientes rectas numéricas ubica el número que se indica:

a. El número $\frac{1}{2}$




b. El número 1


c. El número 4




## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Represento números fraccionarios en la recta numérica a partir de distintas informaciones.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Represento números decimales en la recta numérica a partir de distintas informaciones.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza





2

# La regla graduada

### Aprendizajes esperados:

*Representación de números fraccionarios y decimales en la recta numérica a partir de distintas informaciones, analizando las convenciones de esta representación.*

## ¿Cuál es el problema?

La escalera de la tienda de telas mide 4 metros de largo, ¿cuántos centímetros mide?

La casa de la señora Gómez está a 0.3 km, ¿a cuántos metros se encuentra de distancia?

Observa el siguiente letrero, con la información y contesta:

¿Qué lugar se encuentra más lejos desde este letrero?

¿Qué lugar se encuentra más cerca desde este letrero?


## Activa lo que sabes

La señora Gómez le pidió a José, el repartidor de telas, que le llevará 3 metros y medio de tela "cabeza de indio". Él para medir utilizó una regla, como se muestra en la siguiente imagen.

¿Cuántos centímetros tiene el metro?

¿Cuántos centímetros tiene medio metro?

¿Cómo medirías la tela para entregarla a la señora Gómez?

## Tiempo de aprender

Las fracciones son aquellas que se pueden expresar de la forma $\frac{a}{b}$ donde $a$ y $b$ son números enteros y $b \neq 0$.

$a \longrightarrow$ numerador
$b \longrightarrow$ denominador

**Fracción propia** es aquella donde el numerador es menor que el denominador. Por ejemplo:

$\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}$

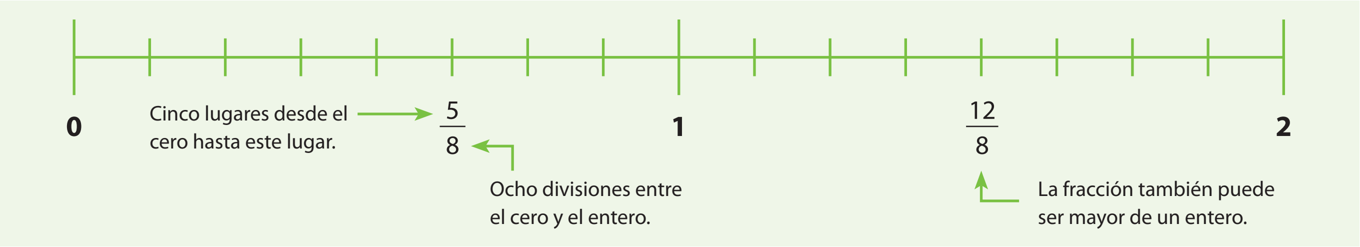
**Fracción impropia** es en la que el numerador es mayor o igual que el denominador. Por ejemplo:

$\frac{12}{5}, \frac{5}{3}, \frac{4}{4}$

Para representar **fracciones** mediante la recta numérica.

El número de divisiones que hay entre el 0 y el entero debe coincidir con el denominador.

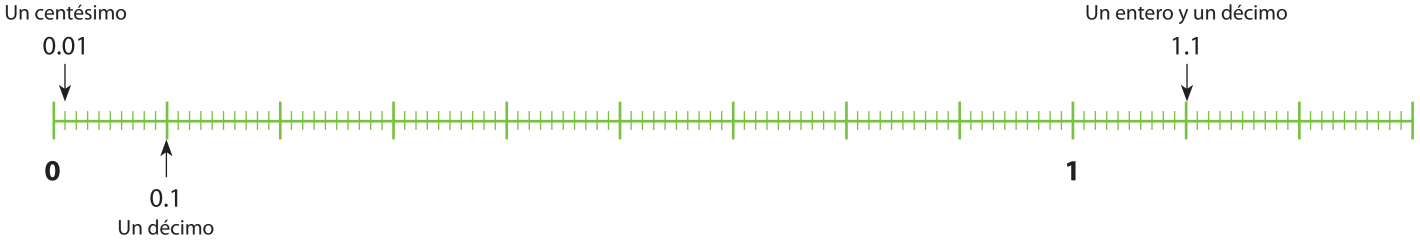
Para ubicar la fracción, debes contar tantos lugares después del 0 como indique el numerador.



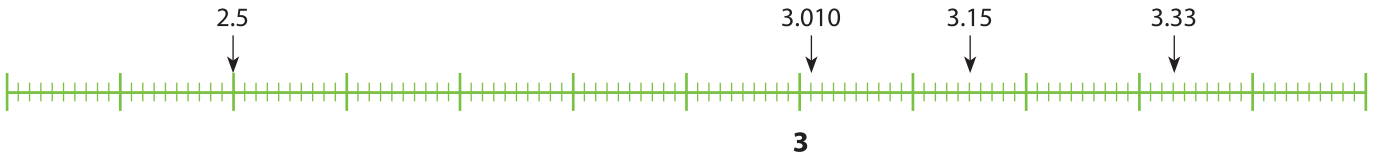

Un número fraccionario también puede expresarse en forma decimal:

$\frac{1}{4}$ porque al dividir 1 entre 4, el cociente es 0.25

Para ubicar números con punto decimal en la recta numérica, es necesario hacer divisiones al entero, que sean múltiplos de 10, es decir, deben hacerse diez divisiones para representar décimos, cien divisiones si son centésimos.




En una recta numérica colocada horizontalmente, un número menor se sitúa a la izquierda de cualquier otro mayor.

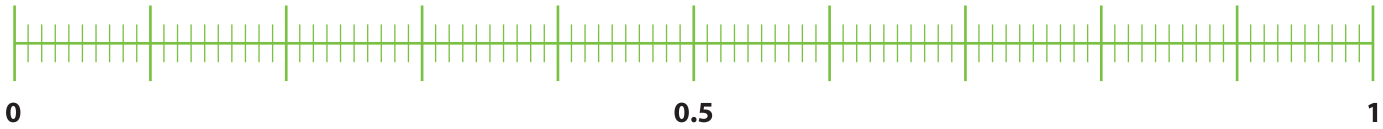



Observa que 2.5 < 3, porque 2.5 está a la izquierda de 3, 3.010>3 porque 3.010 está a la derecha de 3.

## Ponte a prueba

### Actividad 1

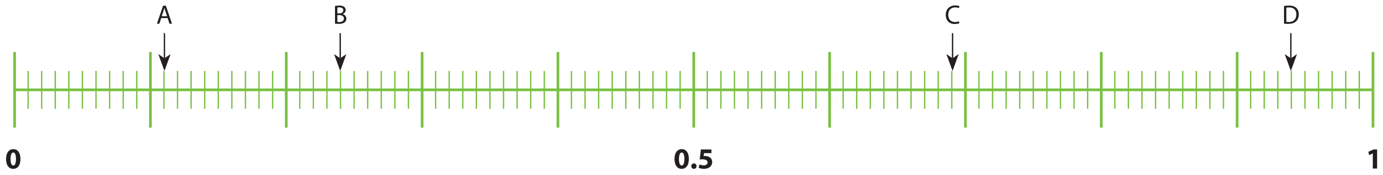
Escribe la letra en el lugar que le corresponda de la recta numérica y descubre el mensaje.




$O = \frac{3}{10}$; $H = \frac{12}{100}$; $A = 0.92$; $L = 0.75$

### Actividad 2

Escribe el número que le corresponda a cada letra señalada en la recta numérica.




A = __________; B = __________; C = __________; D = __________

## La hora del reto

Blanca fue al parque tres días seguidos para correr, el primer día corrió 2.5 km, el segundo día 3.45 km y el tercer día $\frac{12}{5}$ km.

¿Cuántos kilómetros recorrió en total?

Ilustración: Humberto Vega Mendoza

## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Resuelvo problemas que impliquen suma o resta de fracciones.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Resuelvo problemas que impliquen más de una operación de suma y resta de fracciones.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |





3

# La receta de mi tía Juanita

### Aprendizajes esperados:

*Resolución y planteamiento de problemas que impliquen más de una operación de suma y resta de fracciones.*

## Activa lo que sabes

La tía de Mario y Ángel les prepara unos ricos postres a sus sobrinos.

Para ello requiere de ciertos ingredientes.

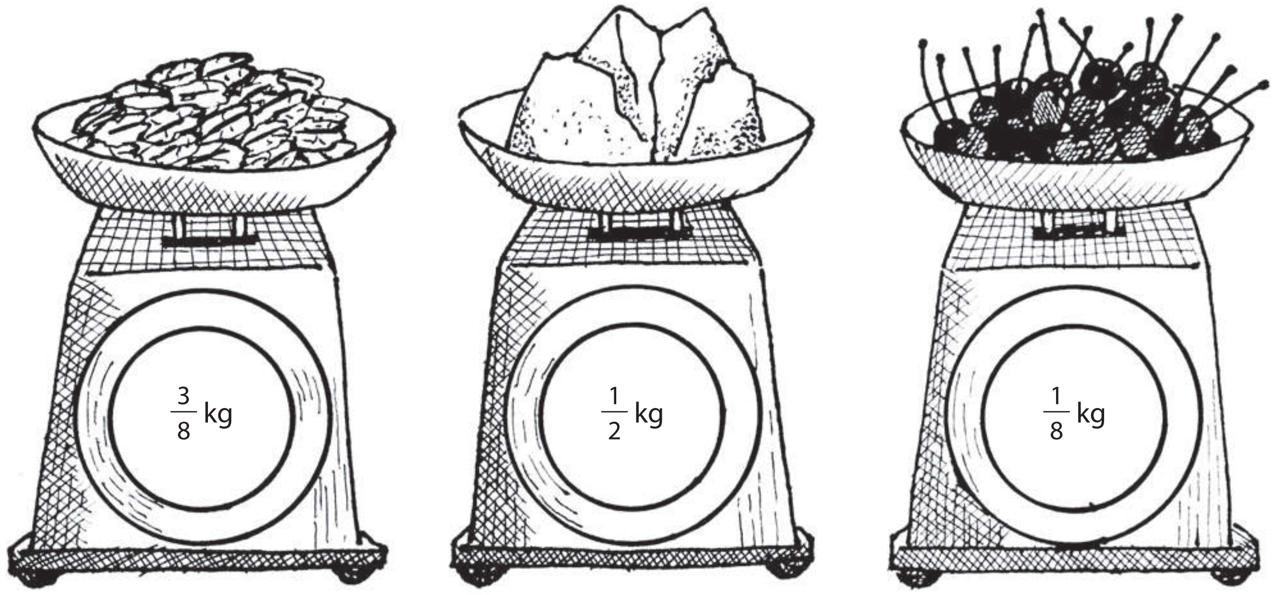
Observa las siguientes básculas.

¿Cuánto pesa la harina?

¿Cuánto pesa la nuez?

¿Qué pesa más la harina o la cereza?

De acuerdo con las básculas, ¿de qué ingrediente hay más?



## ¿Cuál es el problema?

Después de haber realizado un juego dentro del salón de clases, dos de los equipos que participaron en él quedaron empatados en primer lugar. Para desempatar, la maestra propuso que se sumaran las estaturas de los integrantes de cada equipo y el equipo que obtuviera mayor puntaje sería el ganador.

| **Equipo 1:** | **Equipo 2:** |
|---|---|
| Pedro: 1.40 m | Elizabeth: 1.48 m |
| María: 1.52 m | Caro: 1.55 m |
| Miguel: 1.50 m | Juan: 1.5 m |

Con base en estos datos contesta las siguientes preguntas:

¿Quién es el alumno más alto de estos dos equipos?, ¿y el más bajo?

¿Cuántos centímetros es más alta Caro que Elizabeth?

¿Cuántos centímetros es más alto Miguel que Pedro?

¿Qué equipo ganó?

Compara tus respuestas con las de tus compañeros.


## Tiempo de aprender

Para resolver una suma o una resta de números decimales se recomienda alinearlos verticalmente con los puntos decimales y se procede como si fueran números naturales.

Por ejemplo:

$3.45 + .8 =$

$$\begin{array}{r} 3.45 \\ +\quad .8\phantom{0} \\ \hline 4.25 \end{array}$$

$245.674 - 3.15 =$

$$\begin{array}{r} 245.674 \\ -\quad 3.15\phantom{0} \\ \hline 242.524 \end{array}$$

La suma o la resta de fracciones comunes pueden hacerse con aquellas que tienen igual o diferente denominador.

**Con igual denominador:** se suman o se restan los numeradores y se escribe el mismo denominador.

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

**Con diferente denominador:** una de las fracciones se debe convertir al denominador de la otra. Por ejemplo, al realizar la suma:

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{4} =$$

Como los denominadores son diferentes los $\frac{3}{4}$ se representan en octavos:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

Luego se realiza la suma.

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{2}{8} + \frac{6}{8} = \frac{8}{8}$$

Otra forma de resolver la suma de fracciones con diferente denominador es la siguiente:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{1 \times 5 + 2 \times 3}{2 \times 5} = \frac{5 + 6}{10} = \frac{11}{10}$$

Para resolver operaciones de suma y resta de fracciones:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} =$$

Con fracciones equivalentes:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}, \frac{1}{2} = \frac{6}{12} \text{ y } \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{8}{12} + \frac{6}{12} - \frac{9}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4 + 1 \times 6 - 3 \times 3}{12} = \frac{8 + 6 - 9}{12} = \frac{14 - 9}{12} = \frac{5}{12}$$

## Ponte a prueba

### Actividad 1

Resuelve las siguientes operaciones.

a. $24.50 + 6.64 =$

b. $9.345 + 5.072 =$

c. $11.54 + 3.12 =$

d. $24.12 - 12.56$

e. $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} =$

f. $\frac{2}{8} + \frac{4}{3} - \frac{3}{8} =$

g. $\frac{2}{2} + \frac{4}{5} - \frac{5}{3} =$

### Actividad 2

Doña Susana desea repartir un pastel entre tres amigas de las siguiente manera: A doña Tita le da la mitad del pastel, a la señora Ema una tercera parte y a doña Tere lo que sobra.

¿Qué fracción del pastel le corresponde a doña Tere?

## La hora del reto

Dibuja las figuras que faltan en la siguiente secuencia y contesta la pregunta.

Si la secuencia continúa de esta forma, ¿cuántos palillos tendrá la figura 20?

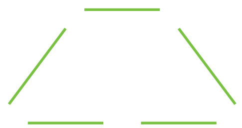


Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4

Figura 5

## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Identifico cuánto aumentan los términos consecutivos de una sucesión.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Identifico la regla general que permite obtener cualquier término de una sucesión.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza

Consejo Nacional de Fomento Educativo

conafe Vivir Mejor Gobierno Federal SEP





4

# Secuencias

### Aprendizajes esperados:

*Construcción de sucesiones de números o de figuras a partir de una regla dada en lenguaje común.*
*Formulación en lenguaje común de expresiones generales que definen las reglas de sucesiones con progresión aritmética o geométrica, de números y de figuras.*

## Activa lo que sabes

Observa la tabla, cópiala en tu cuaderno, usa hojas cuadriculadas para que los cuadrados queden del mismo tamaño y después colorea de verde todos los múltiplos de 3.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

¿Cuántos números coloreaste?

¿Qué aspecto tomó la tabla?

Construye otra tabla igual y ahora colorea los múltiplos de 5.

¿La tabla quedó igual a la anterior?

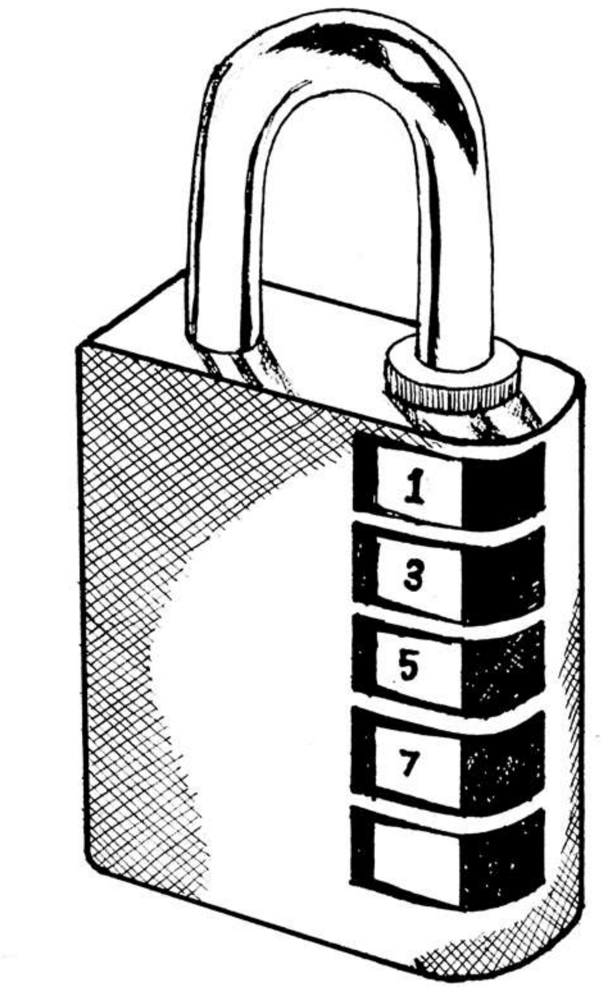
¿En cuál tabla coloreaste más números?

¿Qué pasará si coloreas los números pares en otra tabla?

¿Llevan un orden?

## ¿Cuál es el problema?

Juan tiene un candado de combinación, él seleccionó cinco números que llevan un cierto orden o patrón. Observa el candado.




De acuerdo con la secuencia ¿qué número debe estar en la quinta casilla?

¿Si la secuencia continuara qué número estaría en la décima casilla?

¿Qué operación realizas para encontrar el número que corresponde a cada casilla?

## Tiempo de aprender

Una sucesión es un conjunto de números o elementos que van uno después de otro, de acuerdo con cierto orden y lógica. Por ejemplo:

3, 5, 7, 9, 11…

Cada uno de los elementos que forman una sucesión se llama término. Los tres puntos al final significan que se pueden seguir encontrando términos, pues la sucesión nunca termina, es decir, es infinita.

Observa la siguiente sucesión

5, 10, 15, 20…

Una manera para obtener el siguiente término es mediante la construcción de una tabla como la siguiente:

| Número natural (*n*) | Sucesión | Término general |
|---|---|---|
| 1 | 5 | $5 \times 1 = 5$ |
| 2 | 10 | $5 \times 2 = 10$ |
| 3 | 15 | $5 \times 3 = 15$ |
| 4 | 20 | $5 \times 4 = 20$ |

En cada sucesión hay un elemento que no cambia. Por ejemplo, en la sucesión de la tabla anterior siempre multiplicas por 5. Así, el patrón numérico para encontrar cualquier término de esta sucesión es:

$5 \times \boldsymbol{n}$

Donde $\boldsymbol{n}$ representa el número del término que se desea encontrar.

Podemos decir que las sucesiones relacionan números entre sí, se establecen mediante patrones o fórmulas, tiene un término constante y pueden ser finitas o infinitas.

Observa la siguiente serie de números:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55…

Aunque no lo parezca, los números de esta sucesión están relacionados y todo número en ella tiene su origen en el 0 y el 1.

| Número anterior | Número | Suma | Número posterior |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | $0 + 1 = 1$ | 1 |
| 1 | 1 | $1 + 1 = 2$ | 2 |
| 1 | 2 | $1 + 2 = 3$ | 3 |
| 2 | 3 | $2 + 3 = 5$ | 5 |
| 3 | 5 | $3 + 5 = 8$ | 8 |
| 5 | 8 | $5 + 8 = 13$ | 13 |
| 8 | 13 | $8 + 13 = 21$ | 21 |

Cada término en esta sucesión es la suma de los dos términos anteriores. Esta sucesión se llama de *Fibonacci*, en honor al matemático italiano del siglo XIII, que la formuló como solución a un problema de cría de conejos.

Podemos asignar un número natural a cada elemento de la sucesión, es decir:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Elemento de la sucesión | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 |
| Número natural ***n*** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

De esta forma sabemos que a cada número natural le corresponde un elemento de la sucesión

## Ponte a prueba

### Actividad 1

Escribe los dos términos que siguen en cada sucesión.

a. 1, 3, 5, 7, 9, 11, ____, ____, ...

b. 2, 4, 6, 10, 16, 26, 42, ____, ____, ...

c. 33, 66, 55, 88, ____, ____, ...

d. 2, 5, 7, 10, 12, 15, ____, ____, ...

### Actividad 2

Escribe los números que faltan en cada sucesión.

a. 10, 14, ____, 26,34, 38, ...

b. 2, 5, 10, ____, 26, 37, ...

c. 90, 45, 80, 40, ____, ____, 60, 30, ...

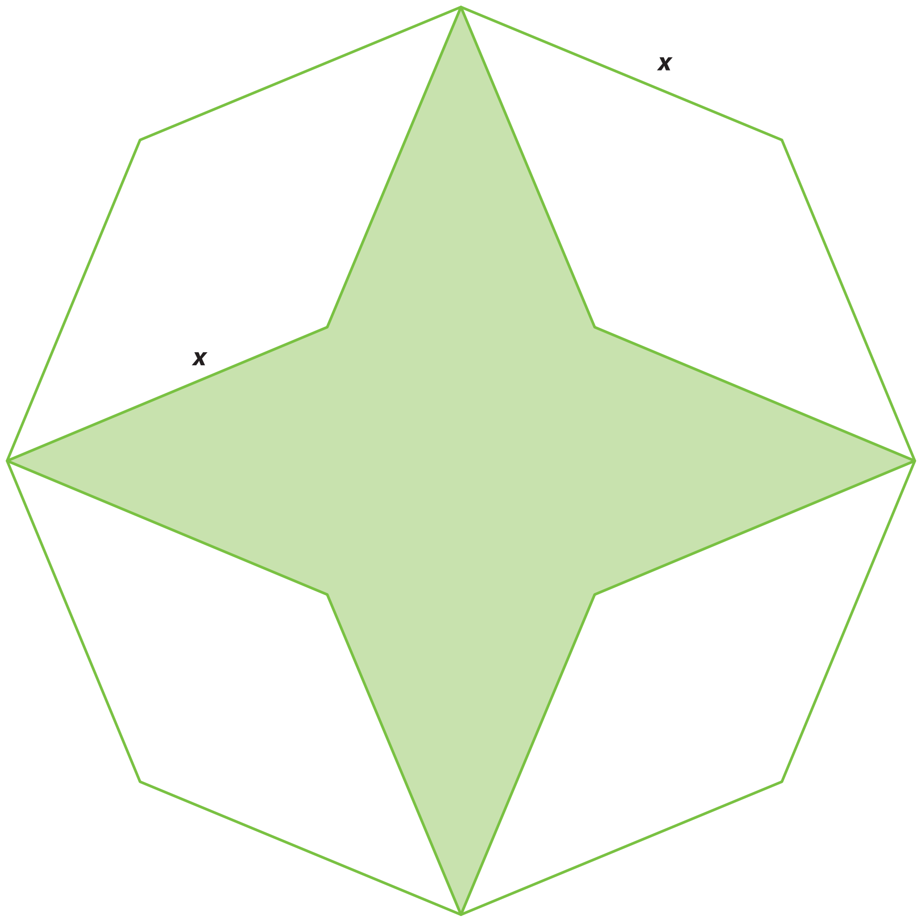
## La hora del reto

Realiza en tu cuaderno los siguientes ejercicios:

Escribe una expresión para el perímetro del octágono regular.

Escribe una expresión para el perímetro del polígono regular inscrito de cuatro picos.

¿Cómo son las medidas de los lados del polígono de cuatro picos y el octágono?




## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Explico el significado de fórmulas geométricas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Opero con literales para calcular perímetros y áreas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza





5

# Los cuadros

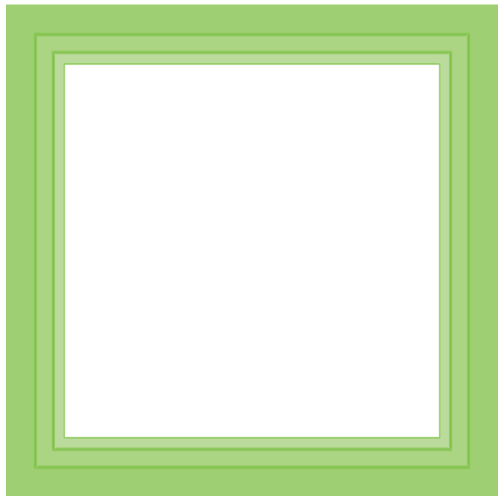
### Aprendizajes esperados:

*Explicación del significado de fórmulas geométricas, al considerar a las literales como números generales con los que es posible operar.*

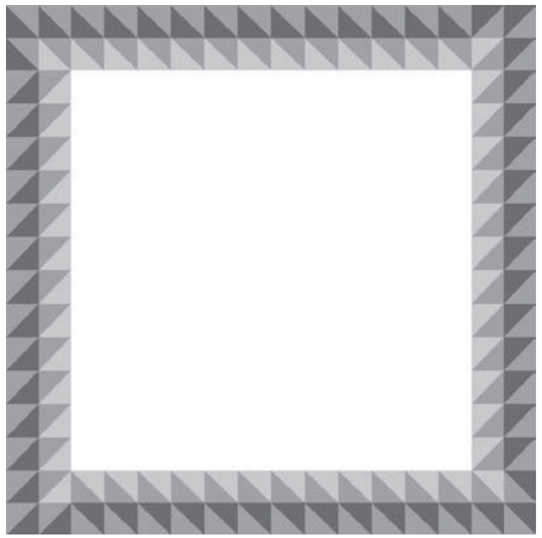
## Activa lo que sabes

En una fábrica de marcos, se consideran modelos con medidas establecidas, pero también se pueden mandar hacer con medidas especiales.

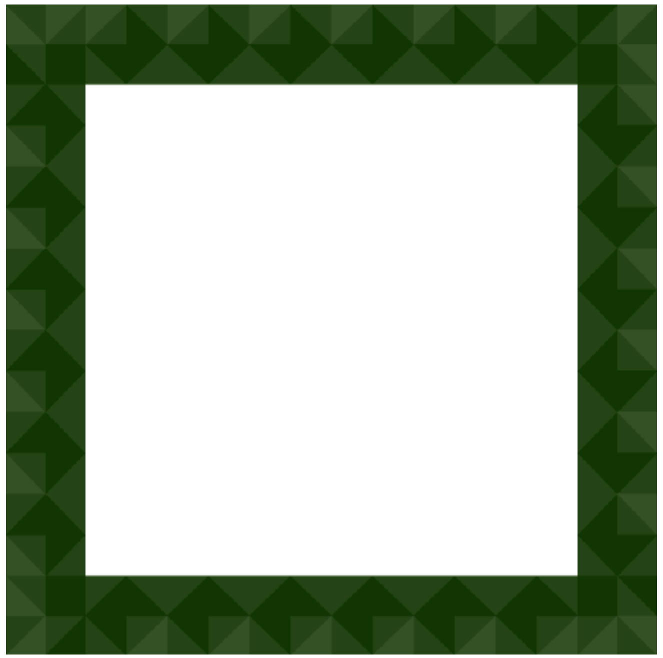
Observa los marcos que se muestran a continuación.



65 cm



70 cm



86 cm

Los dueños cobran por metro lineal.

¿Qué forma tienen los marcos?

¿Cómo son los cuatro lados de cada marco?

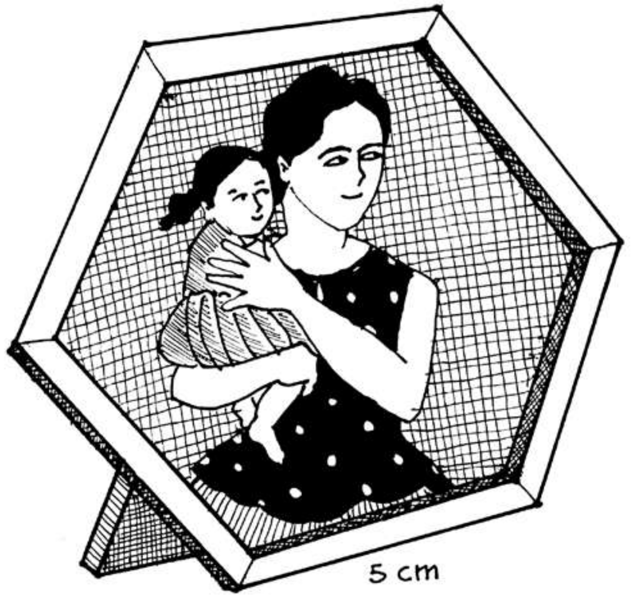
¿Cuánto medirán los cuatro lados de cada marco?

¿Qué es el perímetro de una figura?

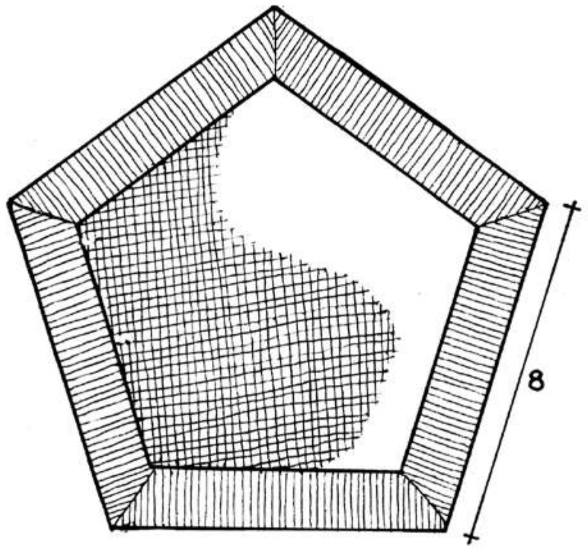
¿Cómo se calcula?

## ¿Cuál es el problema?

Aparte de vender marcos, la empresa también vende portarretratos, Observa el siguiente portarretratos. ¿Cuánto tiene de perímetro?




Escribe la medida del contorno de la siguiente figura




## Tiempo de aprender

Una fórmula es una expresión breve de información en forma de símbolos que relaciona constantes y variables; usualmente se presenta como una combinación de números y literales.

Las literales es una letra que se usa para representar un número general.

En la fórmula $P = 3 \times a$, la literal $a$ representa la medida del lado de cualquier triángulo equilátero. Con una literal también es posible realizar operaciones:

$$a + a + a = 3 \times a = 3a$$

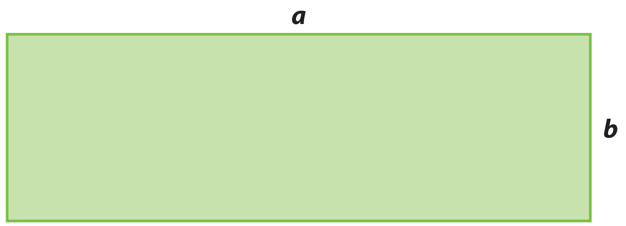
Puedes expresar el área de un cuadrado como $A = L^2$ en lugar de $A = L \times L$.

También puedes eliminar el signo de multiplicación entre número y letra o entre dos literales.

$$3 \times m = 3m$$

$$a \times b = ab$$

A continuación se presentan las fórmulas para calcular el área y perímetro de cualquier rectángulo.




El perímetro es la medida de su contorno.

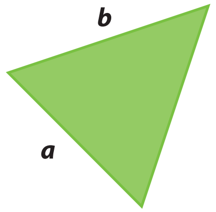
Fórmula: $P = 2 \times a + 2 \times b = 2a + 2b$

El área en la medida de su superficie interior.

Fórmula: $P = a \times b = ab$

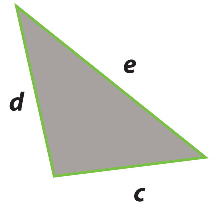
Una forma simplificada para calcular el perímetro de un triángulo es la siguiente:

Triángulo isósceles



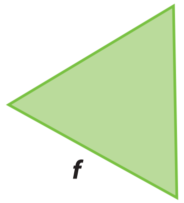

$P = 2b + a$

Triángulo escaleno




$P = c + d + e$

Triángulo equilátero



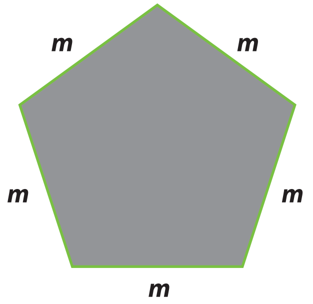

$P = 3f$

El uso de literales para expresar valores numéricos facilita generalizar un procedimiento y se puede expresar por medio de una fórmula.

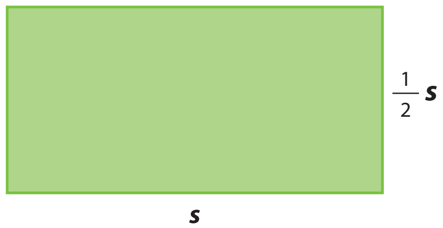
## Ponte a prueba

### Actividad 1

Expresa en forma simplificada el perímetro de las siguientes figuras.




P= __________




P= __________

### Actividad 2

Construye las figuras que correspondan a las siguientes expresiones simplificadas para calcular sus perímetros. Guíate por las figuras del problema anterior.

a. $P = 6t$

b. $P = 8m$

c. $P = 3r + 2q$

d. $P = 2m + 5$

## Actividad 2

Traza los siguientes triángulos con las medidas que se indican.

Triángulo equilátero

Lado: 3.5 cm

Triángulo escaleno

Lados: 2 cm, 3 cm y 3.5 cm

Triángulo isósceles

Dos lados iguales: 3 cm

Tercer lado: 3.5 cm

## La hora del reto

Construye un triángulo con los siguientes segmentos:

3 cm

5 cm

6 cm

Ahora construye un triángulo con las siguientes medidas:

2 cm

2 cm

4 cm

¿Pudiste construir un triángulo con las últimas tres medidas que se te proporcionaron?, ¿por qué? Comenta con tus compañeros de grupo.

Escribe otras tres medidas con las que **no** es posible construir un triángulo.

Considera un segmento de 5 cm como la diagonal de un cuadrado, traza el cuadrado.

## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Trazo triángulos mediante el uso del juego de geometría.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Trazo cuadriláteros mediante el uso del juego de geometría.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza





6

# El banco de madera

### Aprendizajes esperados:

*Trazo de triángulos y cuadriláteros mediante el uso del juego de geometría.*

## Activa lo que sabes

Bernabé quiere comprar un banco de madera, pero no sabe si comprar uno de tres patas o uno de cuatro.

Adriana, su hermana, le recomienda que compre el de cuatro patas, ¿tú que opinas?

El quiere que su asiento sea de forma cuadrada.

¿Qué característica tiene un cuadrado?

¿Qué diferencia hay con un triángulo?, ¿y con un rectángulo?

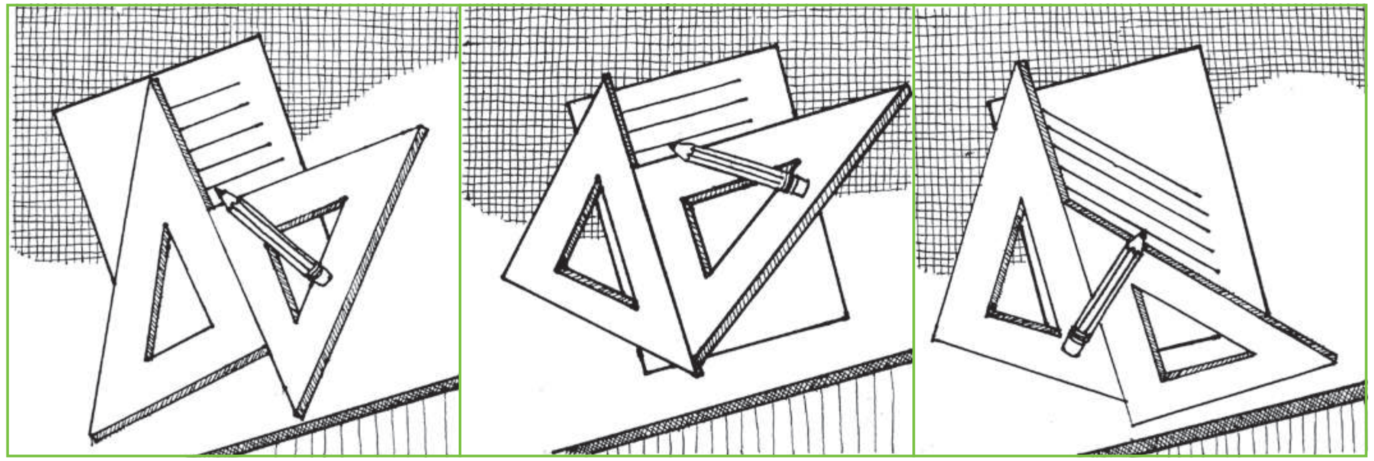
¿Cómo trazarías un cuadrado si conoces la medida de uno de sus lados?

¿Cómo son entre sí las diagonales de un cuadrado?

¿Cuántos ejes de simetría tiene un cuadrado?

## ¿Cuál es el problema?

A continuación se muestra tres formas de trazar líneas paralelas usando las escuadras de tu juego de geometría.

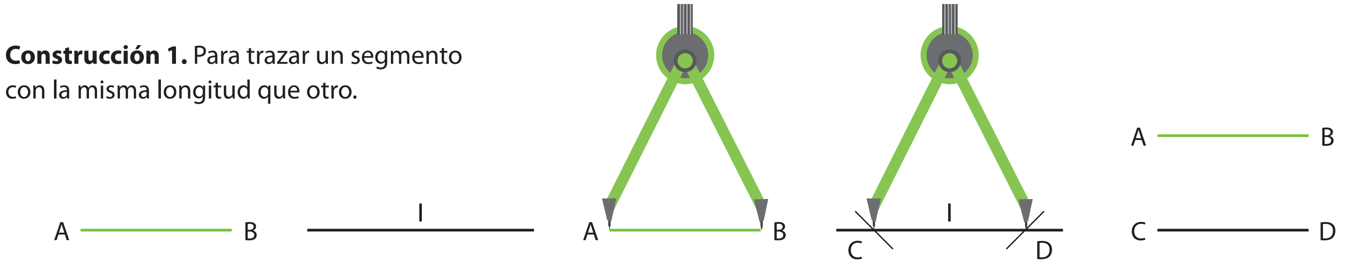


Ahora, tú traza en tu cuaderno un cuadrado de 3.5 cm de lado.

## Tiempo de aprender

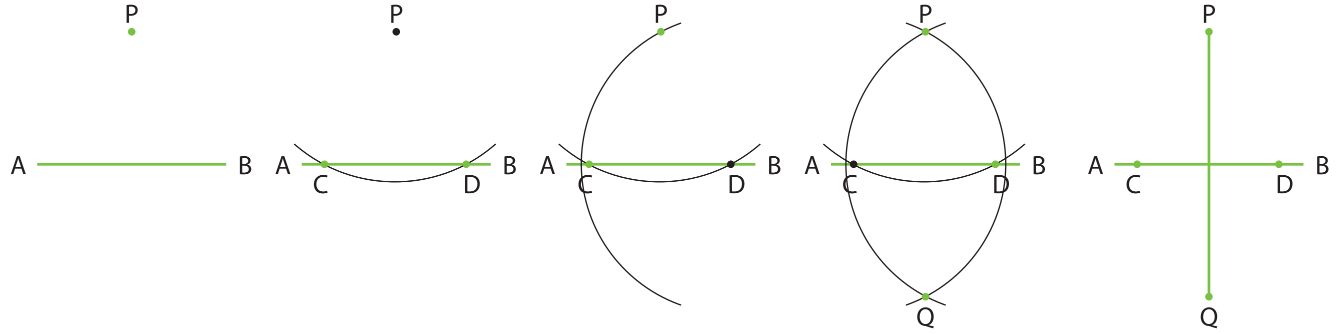
A continuación se muestran los procedimientos para hacer algunas construcciones con regla y compás.

**Construcción 1.** Para trazar un segmento con la misma longitud que otro.



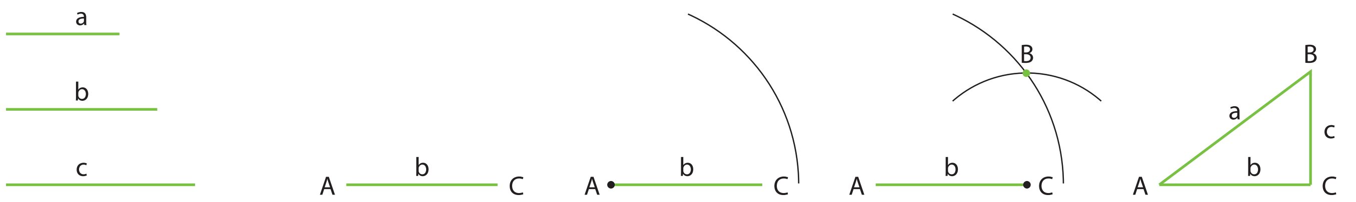

1. Para copiar el segmento AB.
2. Traza una recta l.
3. Coloca el compás en el segmento AB como se indica.
4. Con la misma abertura coloca el compás en la recta l y marca los puntos C y D.
5. Tienes dos segmentos con la misma longitud.

**Construcción 2.** Trazo de perpendiculares.



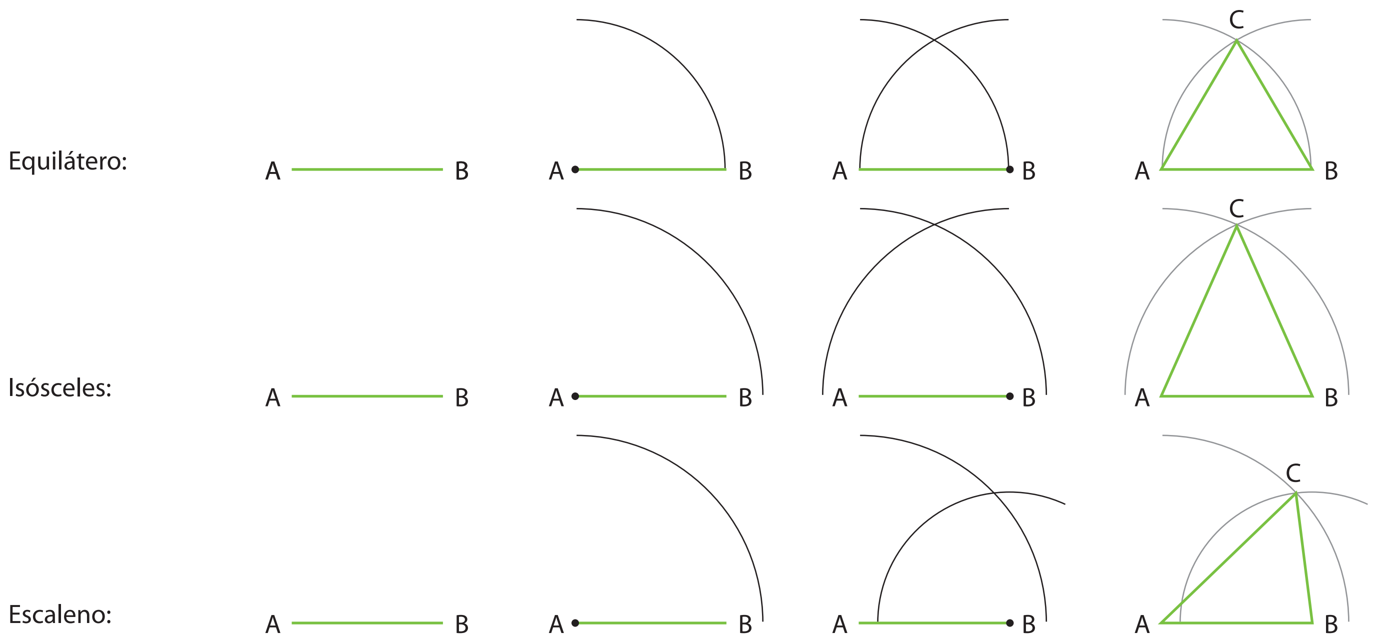

1. Traza una perpendicular al segmento AB desde el punto P.
2. Haciendo centro en P, traza la circunferencia que corte al segmento AB en los puntos C y D.
3. Haciendo centro en D, traza el arco de radio DP.
4. Haciendo centro en C traza el arco de radio CP y que corte al arco PD en Q.
5. Une los puntos P y Q. PQ y AB son perpendiculares.

**Construcción 3.** Construir un triángulo con los siguientes lados.

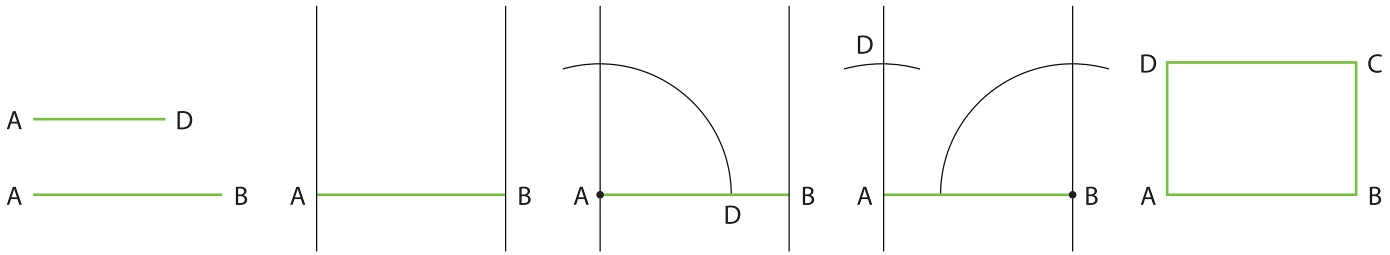



1. Copia el segmento b.
2. Con una abertura de compás de longitud c traza un arco haciendo centro en A.
3. Con una abertura de compás de longitud a traza un arco haciendo centro en C para localizar el punto B.
4. Traza los segmentos AB y BC. Tenemos el triángulo ABC.

**Construcción 4.** Trazo de triángulos con regla y compás.



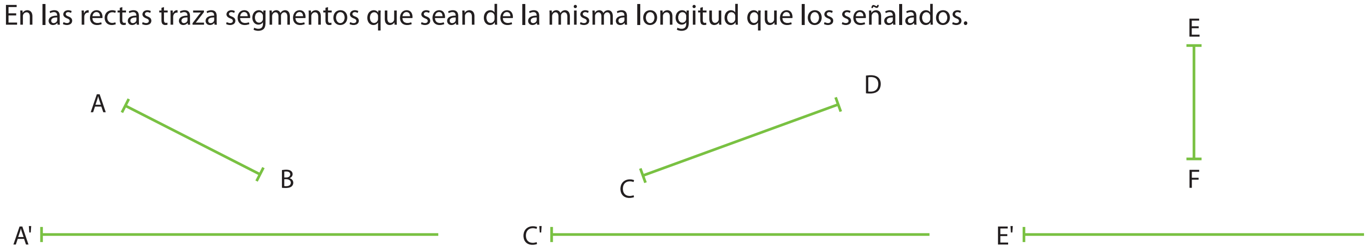

**Construcción 5.** Trazo de un rectángulo




## Ponte a prueba

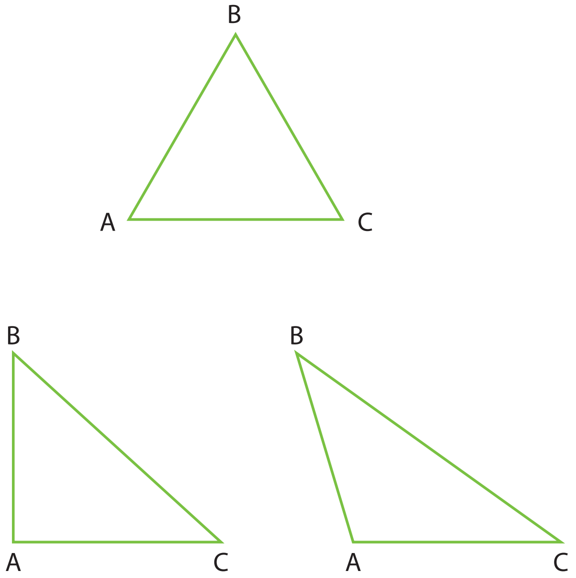
### Actividad 1

En las rectas traza segmentos que sean de la misma longitud que los señalados.



## Actividad 2

Traza las bisectrices de cada uno de los ángulos de los siguientes triángulos.

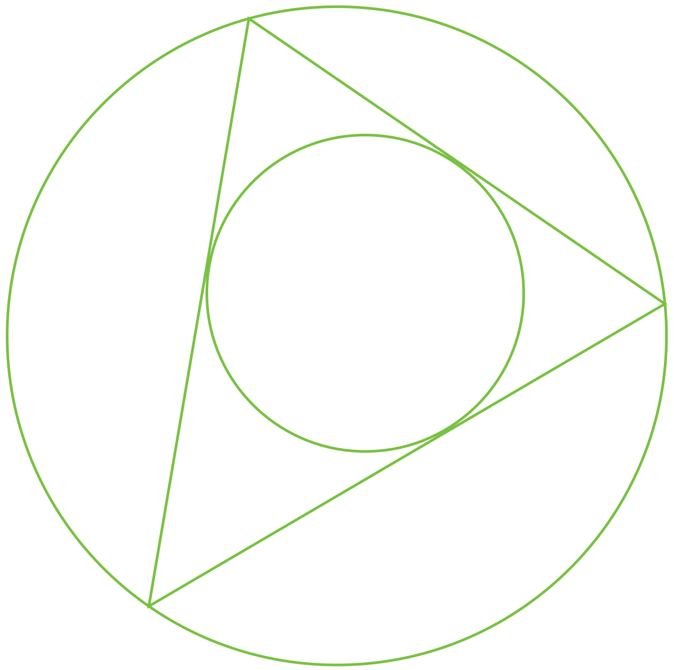



¿Por qué el punto de intersección queda en el interior de cada triángulo?

## La hora del reto

Reproduce la siguiente figura en tu cuaderno y explica el procedimiento que seguiste para trazarla.

Usa el circuncentro e incentro.



## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Trazo y analizo las propiedades de las alturas y medianas en un triángulo.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Trazo y analizo las propiedades de las mediatrices y bisectrices en un triángulo.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza





7

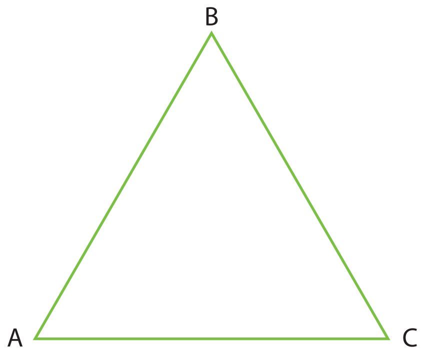
# Puntos notables

### Aprendizajes esperados:

*Trazo y análisis de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en un triángulo.*

## Activa lo que sabes

Los triángulos son figuras planas de tres lados, para indicarlos se usan letras. Por ejemplo, el triángulo ABC.




Los triángulos se clasifican dependiendo de sus lados y ángulos.

De acuerdo con sus lados, indica cómo se le llama al triángulo que tiene:

a. Tres lados iguales: triángulo equilátero.

b. Dos lados iguales:

c. Cero lados iguales:

De acuerdo con sus ángulos, indica cómo se le llama al triángulo que tiene:

a. Ángulos agudos: triángulo acutángulo.

b. Un ángulo recto:

c. Ángulo obtuso:

## ¿Cuál es el problema?

Juan debe construir un bebedero que esté exactamente a la misma distancia del área donde pastan las vacas (V) y del lugar donde se encuentran los borregos (B).

A continuación, se representan gráficamente ambos sitios por medio de puntos.


Coloca un punto *P* que represente la ubicación del bebedero de acuerdo con las condiciones que marca el problema.

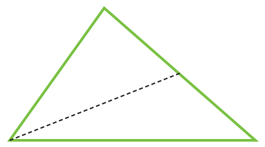
Ahora ubica otros tres puntos más donde se pueda localizar el pozo. Recuerda que deben estar a la misma distancia de los puntos *V* y *B*. ¿Cuántos puntos encontraste? Compara tu respuesta con la de tus compañeros.

## Tiempo de aprender

El triángulo es un polígono de tres lados.

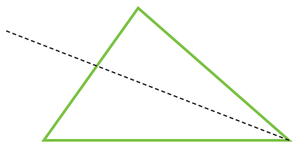
A continuación te presentamos cuáles son las rectas y los puntos notables de los triángulos.

Mediana



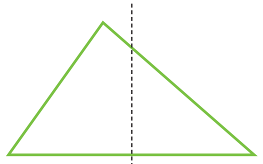
**Mediana.** Segmento del vértice del triángulo al punto medio del lado opuesto.

Bisectriz



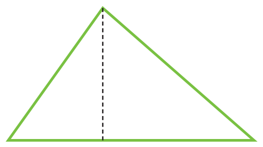
**Bisectriz.** Recta que divide al ángulo interior en dos ángulos iguales.

Mediatriz



**Mediatriz.** Perpendicular trazada por el punto medio de cada lado.

Altura



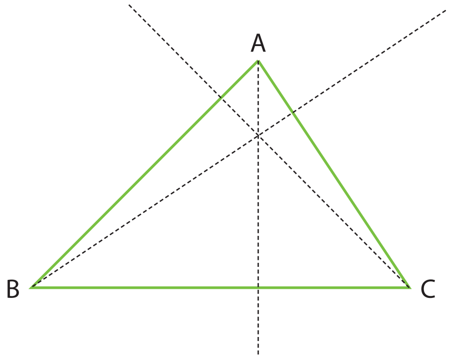
**Altura.** Segmento perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto o a su prolongación.

**Altura**

Características y propiedades de las alturas del triángulo:

- Al menos una de las alturas se encuentra dentro del triángulo.
- La altura de mayor longitud es la correspondiente a la del lado menor del triángulo.
- Si el triángulo es rectángulo, la altura respecto a la hipotenusa es interior y las otras dos alturas coinciden con los catetos del triángulo.
- Si el triángulo es acutángulo, las tres alturas son interiores al triángulo.
- Si el triángulo es obtusángulo, la altura respecto al mayor de sus lados es interior, siendo las otras dos alturas exteriores al triángulo.
- En un triángulo isósceles, la altura correspondiente al lado desigual divide el triángulo en dos triángulos iguales.

El punto de intersección de las alturas de un triángulo se llama **ortocentro**.

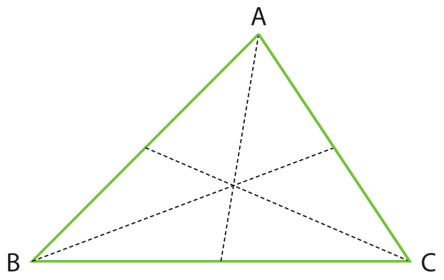



**Mediana**

Características y propiedades de las medianas del triángulo:

- Las tres medianas de un triángulo son interiores al mismo, independientemente del tipo de triángulo que sea.
- Cada mediana divide al triángulo en regiones de igual área.
- Dos tercios de la longitud de cada mediana están entre el vértice y el punto de intersección, mientras que el tercio restante está entre el punto de intersección y el punto medio del lado opuesto.

El punto de intersección de las medianas de un triángulo se llama **baricentro**.

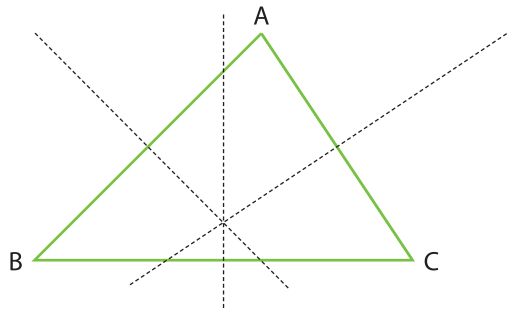



**Mediatriz**

Características y propiedades de las mediatrices del triángulo:

- Las mediatrices de un triángulo acutángulo se cortarán siempre en un punto interior del triángulo, luego su punto de intersección será interior al triángulo.
- En el caso del triángulo rectángulo vemos que el punto de intersección coincide con el punto medio de la hipotenusa.
- En el caso de un triángulo obtusángulo, el punto de intersección es exterior al triángulo.
- En el caso de un triángulo acutángulo, el punto de intersección es interior al triángulo.
- El punto de intersección de las mediatrices se encuentra a la misma distancia de los vértices del triángulo.

El punto de intersección de las mediatrices de un triángulo se llama **circuncentro**.

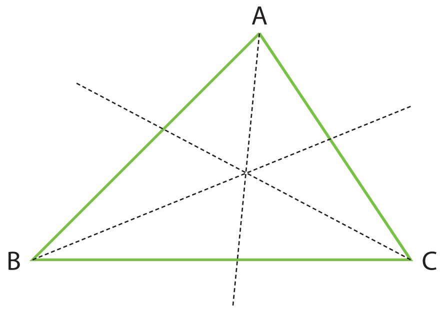



**Bisectriz**

Características y propiedades de la bisectriz del triángulo.

- Se puede observar que la bisectriz tiene la propiedad de que sus puntos están a la misma distancia de los lados del ángulo al que divide.
- El punto de intersección, al pertenecer a las tres bisectrices, está a la misma distancia de los tres lados del triángulo. Si trazamos una circunferencia con centro en este punto y radio la mencionada distancia observaremos que es tangente a los tres lados del triángulo.

El punto de intersección de las bisectrices de un triángulo se llama **incentro**.




## Ponte a prueba

### Actividad 1

Mayté necesita construir un pozo de agua en su rancho, el cual debe estar a la misma distancia del gallinero, el corral de los cerdos y la bodega. Estos lugares están representados gráficamente por los puntos A, B y C, respectivamente. Ubica un punto P que cumpla con las condiciones del problema y que represente la ubicación del pozo.

## La hora del reto

Don Pedro abrió una cafetería y quiere saber cómo le ha ido a su negocio al cabo de un mes. En los primeros 10 días tuvo una pérdida diaria de $830.00; en los siguientes 13 días le fue mejor y registró una ganancia diaria de $525.00. El resto del mes (de 30 días) tuvo ganancias de $435.00 al día, excepto los 2 últimos, en que hubo pérdidas de $325.00.

En contabilidad, las pérdidas de una empresa suelen representarse con números negativos –suelen llamarse *números rojos*– y las ganancias con números positivos. Tomando esto en cuenta, escribe una secuencia de operaciones con los signos correspondientes para responder a cada una de las siguientes preguntas:

¿Cuál es el estado financiero de la cafetería de don Pedro transcurridos los primeros 15 días del mes?

Al final del mes, ¿cuáles fueron las finanzas de la cafetería de don Pedro?

## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Identifico situaciones en las que intervienen números negativos.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Conozco la ley de los signos para la multiplicación y para la división.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Elaboro cadenas de operaciones que pueden resolver un problema y las resuelvo correctamente.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Resuelvo problemas que impliquen la multiplicación y división de números con signos.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza

Consejo Nacional de Fomento Educativo

DISTRIBUCIÓN GRATUITA / PROHIBIDA SU VENTA





1

# La ley de los signos

### Aprendizajes esperados:

*Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros.*

## Activa lo que sabes

El ser humano ha usado los números para resolver diversas exigencias de la vida. ¿Qué tipo de número usaba para contar sus pertenencias o llevar el cómputo de los días y las estaciones?


¿Qué tipos de números conoces?

¿Has escuchado hablar de los números negativos?

¿Qué significado tiene la palabra "negativo" cuando la usamos en la vida cotidiana?, ¿es el mismo significado cuándo hablamos de números negativos?

Con el paso del tiempo, el ser humano se enfrentó a situaciones en las que la resta de números naturales podía dar como resultado un número que no fuera natural, por ejemplo: 4 - 7, o bien preguntas como: "¿Qué número sumado a 3 da 0?", para resolver la ecuación $3 + x = 0$. Para dar respuesta a este tipo de cuestiones fue necesario inventar un conjunto de números distintos de los que ya se conocían. Éste es, precisamente, el caso de los números enteros.

El conjunto de números enteros se representa con la letra **Z** y está formado por el conjunto de enteros positivos, el cero y el conjunto de enteros negativos, es decir:

$$\mathbf{Z} = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

A continuación señala en cuáles de los siguientes contextos se podría requerir el uso de números negativos:

a. Representar profundidades bajo el nivel del mar.

b. Calcular el perímetro o área de un terreno.

c. Indicar temperaturas bajo cero.

d. Las calificaciones de un estudiante.

## ¿Cuál es el problema?

A Lucía le regalaron un libro de problemas matemáticos y encontró uno que puso a prueba todas sus habilidades.

El problema era el siguiente: "Roberto pensó un número. Luego lo multiplicó por -9, después le restó 80 y obtuvo 1. ¿Qué número pensó Roberto?"

¿Cuál crees tú que es el número que pensó Roberto?

Escribe un procedimiento que permita encontrar dicho número. Compara tu procedimiento con el de tus compañeros de grupo y juntos decidan cuál les parece más práctico y sencillo. Argumenten sus respuestas.

## Tiempo de aprender

En la multiplicación de números con signo existen cuatro posibilidades:

a. El primer factor es positivo y el segundo también es positivo, por ejemplo:

$(+8)(+9) = +72$

b. El primer factor es positivo y el segundo es negativo, por ejemplo:

$(+8)\ (-9) = -72$

c. El primer factor es negativo y el segundo es positivo, por ejemplo:

$(-8)(+9) = -72$

d. El primer factor es negativo y el segundo también es negativo, por ejemplo:

$(-8)(-9) = +72$

A las reglas que indican cuál es el signo que debe llevar el resultado de estas cuatro posibilidades de multiplicación se le conoce como **ley de los signos**, la cual se expresa a continuación:

Positivo por positivo es igual a positivo:

$(+)(+) = +$

Positivo por negativo es igual a negativo:

$(+)(-) = -$

Negativo por positivo es igual a negativo:

$(-)(+) = -$

Negativo por negativo es igual a positivo:

$(-)(-) = +$

Esta ley también se aplica cuando realizamos divisiones de números con signos. Por ejemplo:

$+8 / +4 = +2$

$-8 / -4 = +2$

$-8 / +4 = -2$

$+8 / -4 = -2$

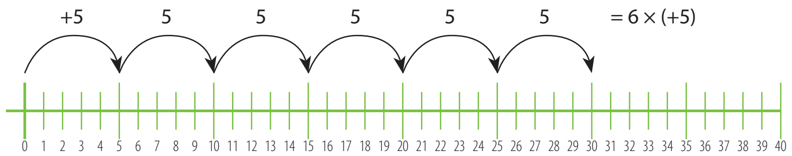
## Ponte a prueba

### Actividad 1

Si se necesita sumar un mismo número de manera reiterada, por ejemplo:

$$\underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5}_{\text{Sumar 6 veces el número 5}}$$

Se puede obtener el mismo resultado de la suma multiplicando $6 \times 5$, es decir, seis veces cinco, como se muestra en la recta numérica:




En tu cuaderno realiza los siguientes ejercicios:

Utilizando los mismos factores (6 y 5), indica con qué multiplicación podemos obtener el resultado de la siguiente operación:

$(-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5)$

Utilizando -2 como uno de los factores, indica con qué multiplicación podemos obtener el resultado de la siguiente operación:

$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$

Identifica una multiplicación que te permita simplificar las sumas que aparecen en los incisos *b* y *c* (usa el sumando que se repite como uno de los factores). Posteriormente, describe en palabras la operación implicada, tal como se muestra en el ejemplo del inciso *a*.

a. $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = 6 \times (-3)$ Seis veces tres negativo.

b. $(-9) + (-9) =$ ________________

c. $(-4) + (-4) + (-4) =$ ________________

Calcula mentalmente el resultado de las siguientes operaciones:

a. $(-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) = 8 \times (-5) =$

b. $(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = 12 \times (-2) =$

c. $(-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10) = 9 \times (-10) =$

### Actividad 2

Realiza las siguientes operaciones con una calculadora y responde las preguntas que se plantean.

| | |
|---|---|
| $7 \times 5 =$ ____ | $5 \times 5 =$ 25 |
| $7 \times 4 =$ ____ | $5 \times 4 =$ 20 |
| $7 \times 3 =$ 21 | $5 \times 3 =$ ____ |
| $7 \times 2 =$ ____ | $5 \times 2 =$ ____ |
| $7 \times 1 =$ ____ | $5 \times 1 =$ 5 |
| $7 \times 0 =$ ____ | $5 \times 0 =$ ____ |
| $7 \times (-1) =$ ____ | $5 \times (-1) =$ -5 |
| $7 \times (-2) =$ -14 | $5 \times (-2) =$ ____ |
| $7 \times (-3) =$ ____ | $5 \times (-3) =$ ____ |
| $7 \times (-4) =$ ____ | $5 \times (-4) =$ ____ |
| $7 \times (-5) =$ -35 | $5 \times (-5) =$ -25 |

¿Qué signo debe tener el resultado de multiplicar dos números con el mismo signo, es decir: (+)(+) ó (-)(-)?

¿Qué signo debe tener el resultado de multiplicar dos números con signo diferente, es decir: (+)(-) ó (-)(+)?

## Actividad 2

Copia y completa el cuadrado mágico de manera que el producto de las tres potencias de cada renglón, columna y diagonal sea 125.

Potencias que falta de colocar: $5^{-3}$, $5^{-2}$, $5^{3}$, $5^{4}$ y $5^{5}$

| | | |
|---|---|---|
| | | $5^2$ |
| $5^{-1}$ | 5 | |
| 1 | | |

## La hora del reto

Contesta en tu cuaderno las siguientes preguntas:

a. ¿Qué haces para obtener el producto de dos potencias con la misma base?

b. ¿Cómo obtienes el cociente de dos potencias con la misma base?

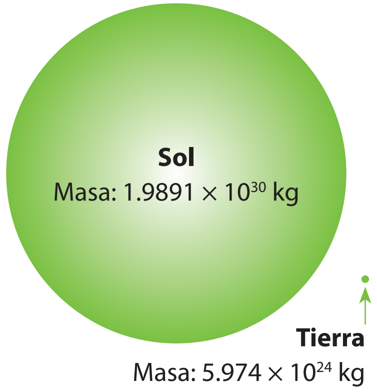
c. ¿Cuál es el producto de $5^a \times 5^b$?

d. ¿Cuál es el cociente de $5^a \div 5^b$?

e. ¿A qué fracción equivale la potencia $3^{-4}$?

f. ¿Cuántas veces el tamaño de una bacteria contiene al de un átomo?

Tamaño de un átomo:
0.0000000001 mm = $1 \times 10^{-10}$ mm
*Tamaño de una bacteria:*
0.000018 mm = $1.8 \times 10^{-5}$ mm




g. ¿Cuántas veces la masa del Sol contiene a la masa de la Tierra?

## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Multiplico dos potencias con la misma base.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Resuelvo problemas que implican el producto de potencias con la misma base.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Divido dos potencias con la misma base.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Resuelvo problemas que impliquen la división de potencias con la misma base.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza

conafe
Vivir Mejor
Gobierno Federal
SEP
Consejo Nacional de Fomento Educativo





# 2 La leyenda del juego del ajedrez

### Aprendizajes esperados:

*Cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia. Significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo.*

## Activa lo que sabes

Cuenta la leyenda que en un país de oriente vivía un rey que estaba muy triste por la muerte de su hijo y decidió encerrarse en su castillo y no hablar con nadie.

Uno de sus ministros llamó a todos los científicos y filósofos del reino para que buscaran una posible solución a la tristeza del rey. Fue así que un joven llamado Sissa, inventó el ajedrez.

El rey quedó tan encantado con el invento que decidió recompensar al joven inventor con lo que él pidiera.

Sissa pidió lo siguiente: 1 grano de trigo por la primera casilla del tablero, 2 granos por la segunda, 4 por la tercera, 8 por la cuarta, 16 por la quinta y así hasta completar las sesenta y cuatro casillas del tablero de ajedrez.

¿Crees que sea mucho o poco lo que le pidió Sissa al rey? ¿Qué operación debe realizarse para calcular el número de granos de trigo que tendría que entregársele a Sissa?

El rey quedó sorprendido cuando los científicos de su reino le entregaron el número de granos que tendría que darle a Sissa.

18 446 744 073 709 551 615

¿Cuánto es esto? ¿cómo se lee este número?

**Sí, más de 18 trillones de granos de trigo.**

**¡No alcanzaba todo el trigo del reino para pagar el juego de ajedrez!**

Esperamos que al terminar esta UAI apliques lo aprendido y te acerques a la comprobación de la solución que le dieron al rey.

Responde en tu cuaderno las siguientes reflexiones:

¿Has oído hablar de la bipartición de la célula?

¿Cuántos papelitos obtienes cuando doblas y cortas una hoja 6 veces a la mitad?

¿Qué es una potenciación?

¿Por qué $5^2 = 25$ y $2^5 = 32$?

¿Qué potencia es mayor $2^4$ o $4^2$?

¿Qué potencia es mayor $3^5$ o $5^3$?

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |
| $2^8$ | $2^9$ | $2^{10}$ | $2^{11}$ | $2^{12}$ | $2^{13}$ | $2^{14}$ | $2^{15}$ |
| | | $2^{18}$ | | | | $2^{22}$ | |
| | | | $2^{27}$ | | $2^{29}$ | | |
| | | | | $2^{36}$ | | | |
| | | | $2^{43}$ | | $2^{45}$ | | |
| | | $2^{50}$ | | | | $2^{54}$ | |
| | $2^{57}$ | | | | | | $2^{63}$ |

## ¿Cuál es el problema?

Los números que aparecen en nuestro tablero de ajedrez son potencias del 2 y corresponden a la cantidad de granos de trigo que recibiría Sissa de parte del rey.

Casilla 1: $2^0 = 1$

Casilla 2: $2^1 = 2$

Casilla 3: $2^2 = 4$

Casilla 4: $2^3 = 8$

Casilla 5: $2^4 = 16$

Casilla 6: $2^5 = 32$

Casilla 7: $2^6 = 64$

Casilla 8: $2^7 = 128$

Copia en tu cuaderno y contesta lo que se te pide.

¿A cuál casilla le corresponde $2^{19}$?

¿Qué potencia le corresponde a la casilla 37?

Escribe la potencia que corresponde a cada producto de potencias.

$2^2 \times 2^3 =$ ______

$2^1 \times 2^4 =$ ______

$2^2 \times 2^4 =$ ______

$2^3 \times 2^3 =$ ______

## Tiempo de aprender

Para simplificar o reducir la representación de cantidades muy grandes podemos hacer uso de las potencias. Por ejemplo:

*Distancia media de la Tierra al Sol:*

150 000 000 000 m = $1.5 \times 10^{11}$ m

También se usan potencias para representar cantidades pequeñas como:

*Tamaño de un átomo:* 0.0000000001 mm = $1 \times 10^{-10}$ mm

En la leyenda del juego de ajedrez, a la casilla 11 le corresponden $2^{10}$ granos de trigo, es decir 1024.

$$\overset{\text{Exponente}}{2^{10}} = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{Desarrollo}} = \underset{\text{Potencia}}{1024}$$

Base

Pero, $2^{10} = 1\,024$ también puede obtenerse con el producto $2^7 \times 2^3$.

$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$128 \times 8 = 1024$

O con los productos:

$2^6 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 64 \times 16 = 1024$

$2^8 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) = 256 \times 4 = 1024$

En todos los productos de potencias anteriores los dos **exponentes** suman 10.

Por lo tanto, para calcular el producto de dos potencias con la misma base se suman los exponentes y se deja la misma base.

$2^5 \times 2^5 = 2^{5+5} = 2^{10}$

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

$32 \times 32 = 1024$ ¡Sorprendente!

De acuerdo con lo anterior podemos calcular potencias con el producto de otras potencias:

$2^{20} = 2^{10} \times 2^{10} = 1024 \times 1024 = 1\,048\,576$

$2^{40} = 2^{20} \times 2^{20} = 1\,048\,576 \times 1\,048\,576$

Al hacer la segunda operación con una calculadora sencilla nos marca error, pero usando notación científica puede lograrse una estimación aceptable.

$2^{20} = 1.048\,576 \times 10^6$

$2^{40} = 1.048\,576 \times 10^6 \times 1.048576 \times 10^6$

$2^{40} = 1.0995137 \times 10^{12}$ ← Estimación

$2^{40} = 1\,099\,513\,370\,000$ ← Estimación

Para dividir potencias se hace el proceso inverso, es decir los exponentes se restan.

$2^7 \div 2^4 = 2^{7-4} = 2^3 = 8$

$128 \div 16 = 8$

Veamos por qué pasa lo anterior.

$$2^7 \div 2^4 = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

Se anulan cuatro factores del numerador con los cuatro factores del denominador y sólo queda $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$.

Pero, ¿qué pasa si invertimos la división?

$$2^4 \div 2^7 = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$$

¡El resultado es una fracción!

Al restar los exponentes se obtiene:

$2^4 \div 2^7 = 2^{4-7} = 2^{-3}$

Una potencia con exponente negativo es una fracción.

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{125}$$

## Ponte a prueba

### Actividad 1

En la leyenda del juego de ajedrez se dice que el total de granos de trigo que recibiría el inventor de juego es18 446 744 073 709 551 615. ¡Más de 18 trillones!

Número de semillas acumuladas:

Hasta la casilla 1: 1

Hasta la casilla 2: 1+2 = 3

Hasta la casilla 3: 1 + 2 + 4 = 7

Hasta la casilla 4: 1 + 2 + 4 + 8 = 15

Copia en tu cuaderno y completa el tablero de la página 1.

Número de semillas pedidas por cada casilla.

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 2^8 + 2^9 + \dots + 2^{62} + 2^{63}$

$1 \quad 3 \quad 7 \quad 15 \quad \_\_ \quad 63 \quad \_\_ \quad 2^8\text{-}1 \quad \_\_ \quad 2^{10}\text{-}1 \quad \dots \quad \_\_ \quad 2^{64}\text{-}1$

Total de granos de trigo que recibiría Sissa: $2^{64}$ -1

Sabemos que:

$2^{20} = 1.048576 \times 10^6$, $2^{40} = 1.0995137 \times 10^{12}$ y $2^4 = 16$

Completa en tu cuaderno la estimación del número de granos de trigo que recibiría Sissa (no se resta 1 por ser insignificante al lado de un número gigante como $2^{64}$).

$2^{64} = 2^{40} \times 2^{20} \times$ ____

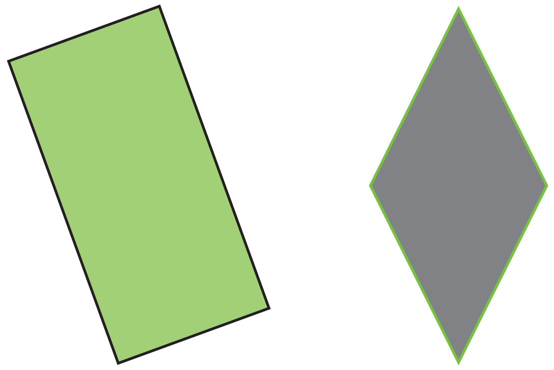
$= (1.0995137 \times 10^{12}) \times (1.048\,576 \times 10^6) \times$ ____

$= \underbrace{1.0995137 \times 1.048576 \times 1.6}_{1.8446777} \times \underbrace{10^{12} \times 10^6 \times \_\_\_\_}_{10^{19}}$

$=1.8446777 \times$ ____ ← **¡Más de 18 trillones!**

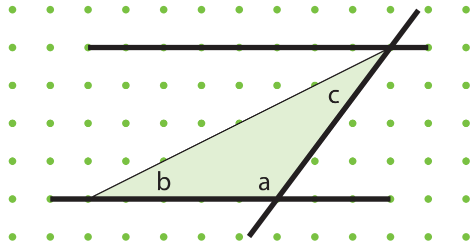
## Actividad 2

Traza dos líneas paralelas y una secante en cada uno los siguientes paralelogramos. Localiza en cada caso los ángulos internos que midan lo mismo entre sí. En tu cuaderno escribe un razonamiento para demostrar qué ángulos son iguales entre sí, sin tener que medirlos.

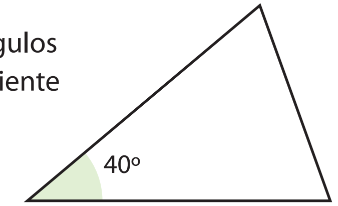


## La hora del reto

En el siguiente triángulo se han trazado dos líneas paralelas y una transversal que las corta.Si conocemos la medida del ángulo *a*, ¿qué razonamiento debemos seguir para deducir las medidas de los ángulos *b* y *c*?




Deduce las medidas de los ángulos interiores que faltan en el siguiente triángulo.




## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Identifico cuáles líneas son paralelas entre sí y cuáles no.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Identifico los ángulos alternos internos y alternos externos de rectas paralelas que se cortan por una secante.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Identifico los ángulos que miden lo mismo en cualquier paralelogramo.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Argumento los razonamientos a seguir para deducir las medidas de los ángulos interiores de un triángulo.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza





# 3

# Ángulos entre paralelas cortadas por una transversal

### Aprendizajes esperados:

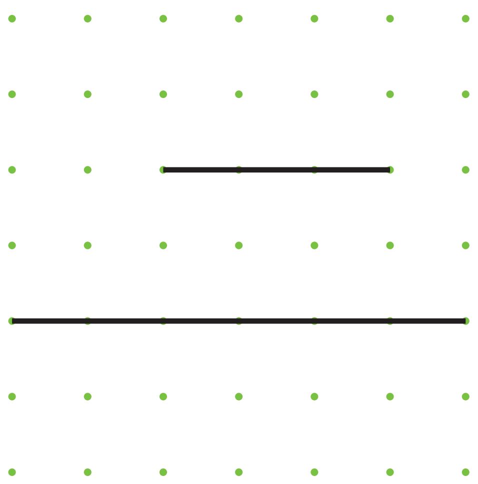
*Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal.*
*Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos.*

## Activa lo que sabes

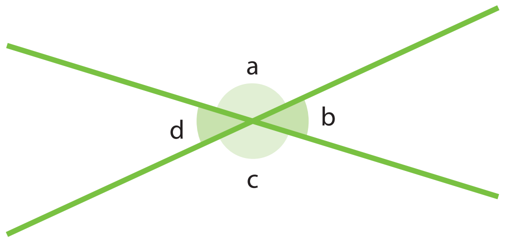
Desde la primaria has estudiado las características y propiedades de distintas líneas y ángulos. Trata de recuperar algunos de estos conocimientos y contesta las siguientes preguntas:

¿Qué características tienen los pares de líneas que son paralelas entre sí?

¿Las siguientes líneas son paralelas entre sí?, ¿por qué?



Cuando dos líneas rectas se cortan entre sí, como en la siguiente imagen se establecen diversas relaciones en los ángulos que se forman.



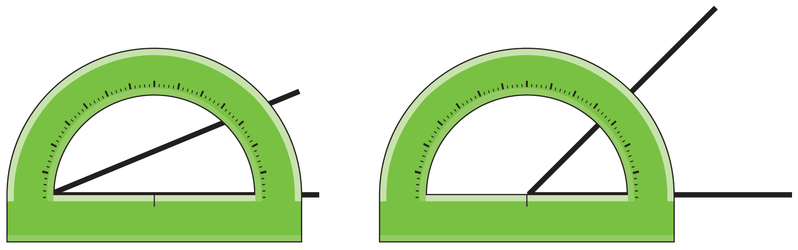

¿Cuáles pares de ángulos suman 180°?

¿Cuáles pares de ángulos son iguales entre sí?

Mide los ángulos con un transportador.

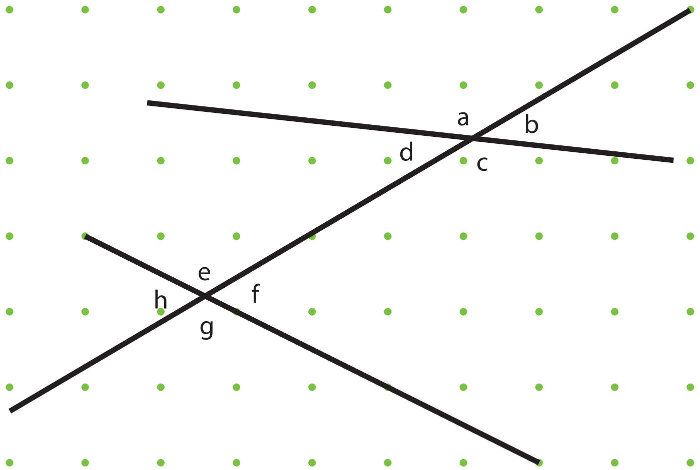
¿Cuánto suman en total los ángulos a, b c y d?

Un estudiante midió mal los ángulos que aparecen en las siguientes imágenes. Dice que cada uno de ellos mide 45° pero no es así. ¿Cuál fue el error que cometió?

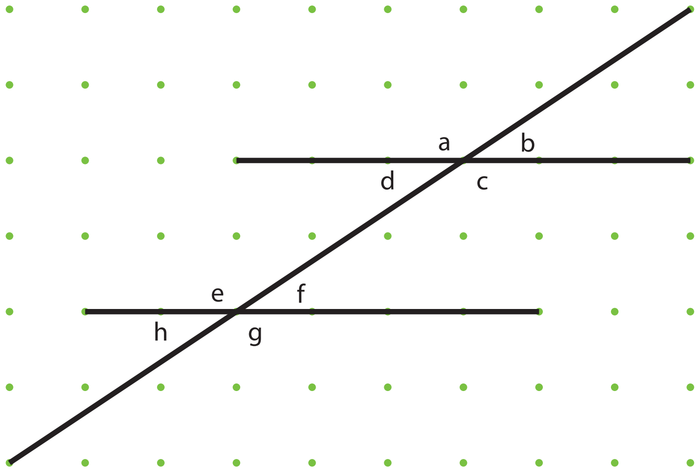


## ¿Cuál es el problema?

En los siguientes casos sabemos la medida de uno de los ocho ángulos que se forman. ¿En cuál de ellos es posible deducir las medidas de los siete ángulos restantes?




b = 40°

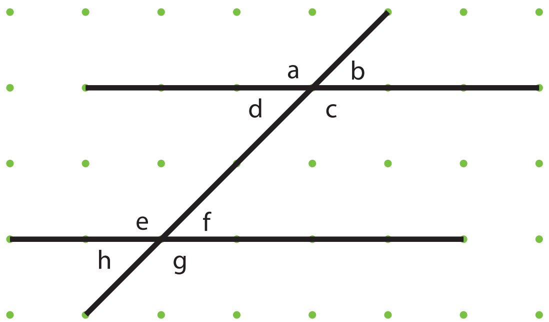



b = 40°

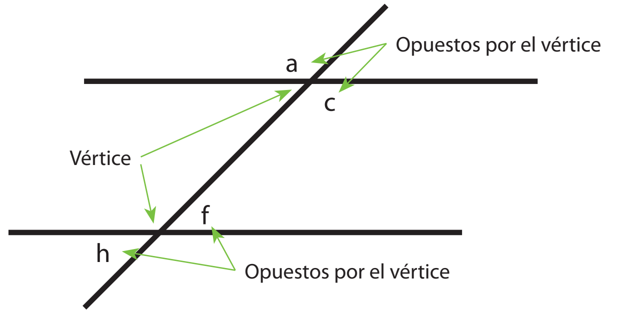
Copia las líneas anteriores en un pedazo de cartulina o cartoncillo de manera que puedas sobreponer los ángulos para compararlos, sin tener que hacer mediciones.

## Tiempo de aprender

Cuando se tienen dos rectas paralelas cortadas por una recta transversal se forman ocho ángulos.

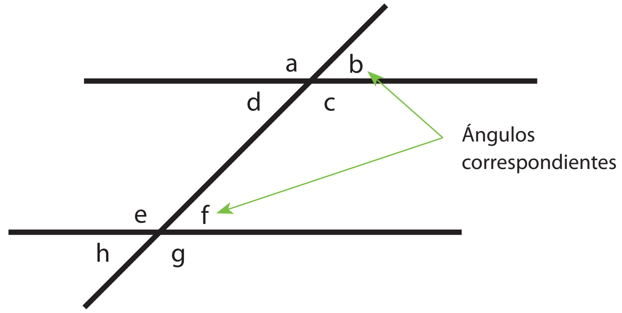



Cada uno de estos ángulos tiene otro que se llaman **opuestos por el vértice**, por ejemplo el ángulo *c* es opuesto por el vértice del ángulo *a* y el ángulo *f* es opuesto por el vértice del ángulo *h*.

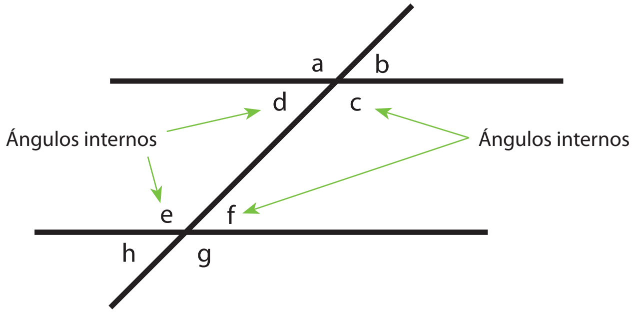



Los ángulos opuestos por el vértice miden lo mismo.

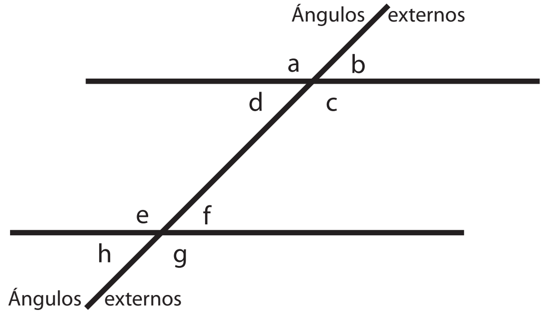
Otros ángulos se llaman **correspondientes**, por ejemplo, el ángulo *b* es correspondiente del ángulo *f* y miden lo mismo.



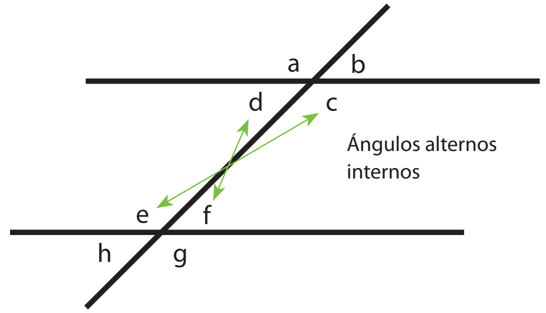

Observa que los ángulos *c*, *d*, *e* y *f* están entre las líneas paralelas, a estos ángulos se le llaman **ángulos internos**.




Mientras que a los ángulos *a*, *b*, *h* y *g* se le llaman **ángulos externos** por estar fuera de las líneas paralelas.




Los ángulos *d* y *f* son **alternos internos** entre sí y miden lo mismo; también los ángulos *c* y *e* son alternos internos y miden lo mismo entre sí.

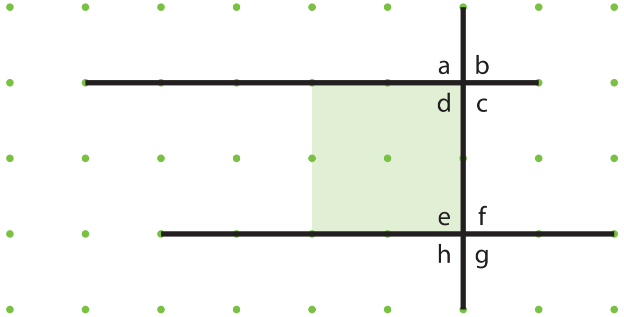



Entender estas relaciones resulta de utilidad para analizar los ángulos interiores de los paralelogramos, ya que un paralelogramo es una figura geométrica de cuatro lados en la que sus lados son paralelos entre sí, dos a dos.

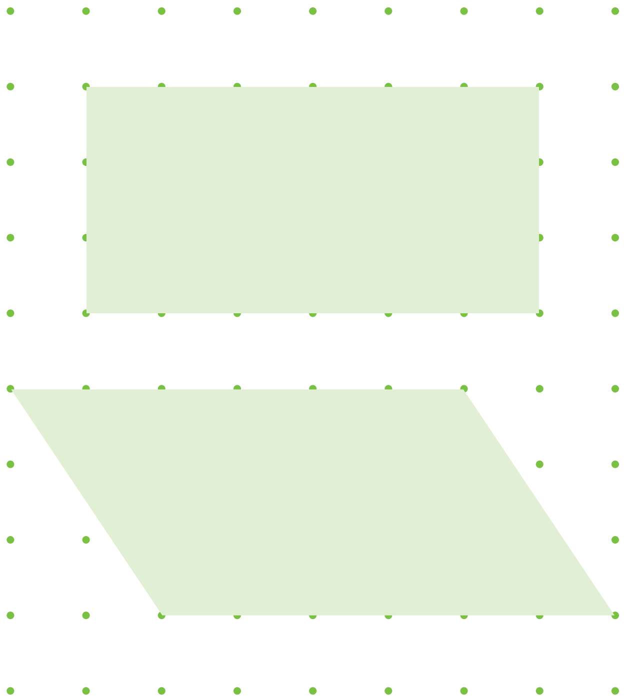
## Ponte a prueba

### Actividad 1

En el siguiente cuadrado, observa cómo se han trazado dos paralelas y una secante que las corta.



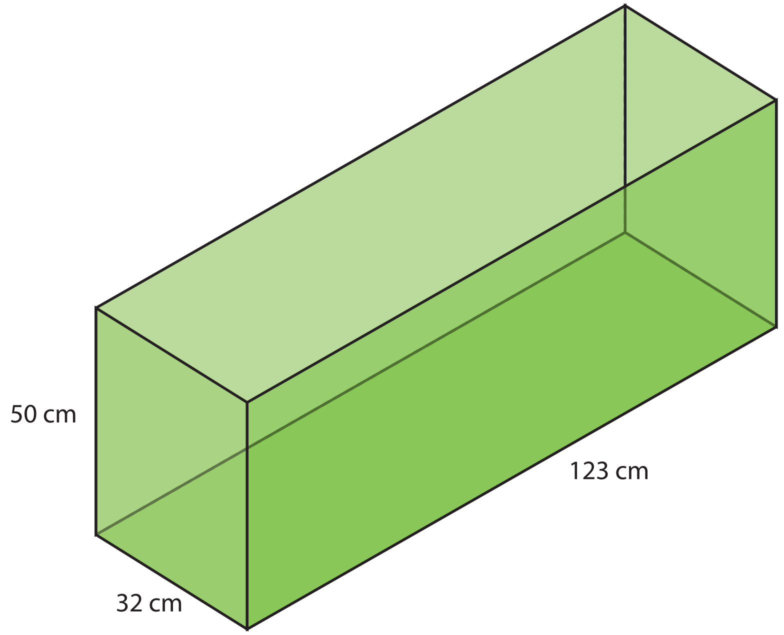

Traza dos líneas paralelas y una secante en cada uno los siguientes paralelogramos. Localiza en cada caso los ángulos alternos internos y alternos externos y verifica si efectivamente estos ángulos miden lo mismo entre sí.



## La hora del reto

En la siguiente imagen se presentan las medidas de una pecera de vidrio.

¿Cuánto cristal se requiere para fabricarla?




## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Identifico algunas figuras geométricas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Conozco las fórmulas para calcular el área de distintas figuras geométricas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Identifico las figuras que conforman una figura compuesta.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Calculo el área de figuras compuestas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza









# 4 Figuras compuestas

### Aprendizajes esperados:

*Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides.*

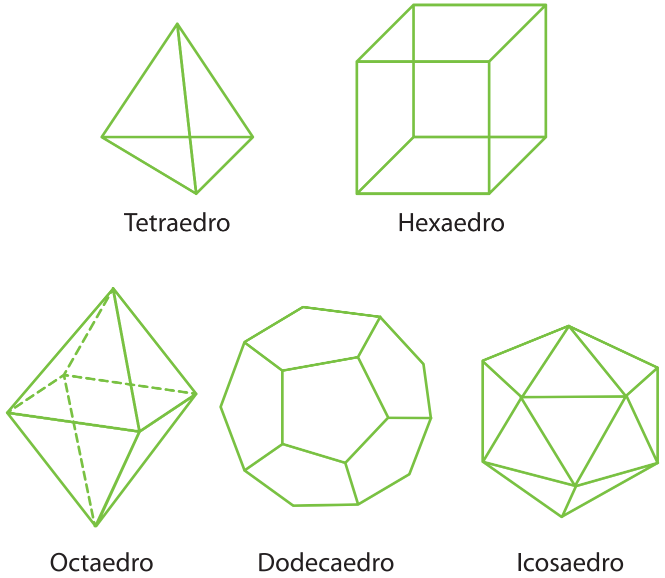
## Activa lo que sabes

En la escuela has estudiado las características y propiedades de las figuras básicas y los sólidos geométricos, en la vida cotidiana muchos de estos conocimientos exigen que los uses de manera flexible para una correcta aplicación.

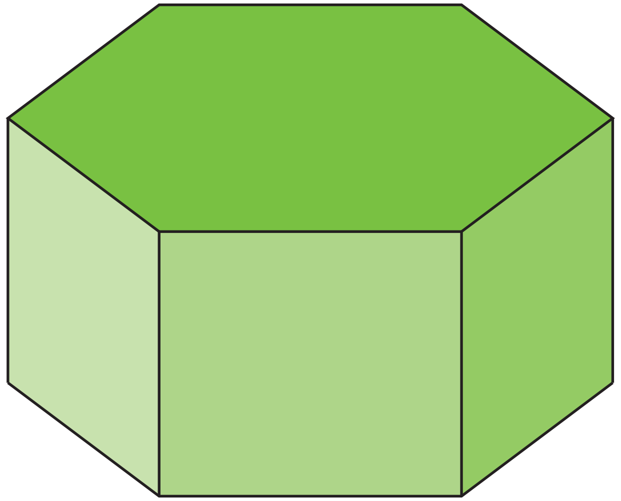
¿Qué forma tienen las caras de cada uno de los siguientes sólidos geométricos?

¿Cómo se calcula el área de cada una de las caras de estos sólidos?

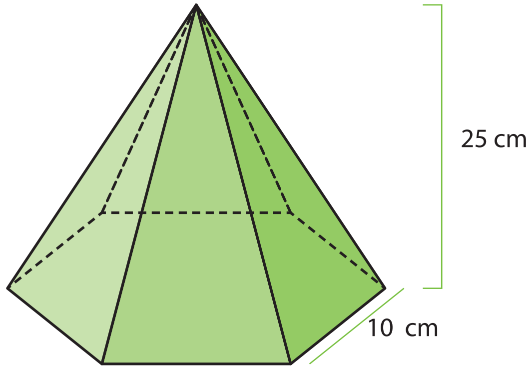
¿Cuál es la diferencia entre el área lateral de un sólido y su área total?




Describe el procedimiento que se podría seguir para calcular el área lateral del siguiente sólido. Toma las medidas necesarias y calcúlalo.



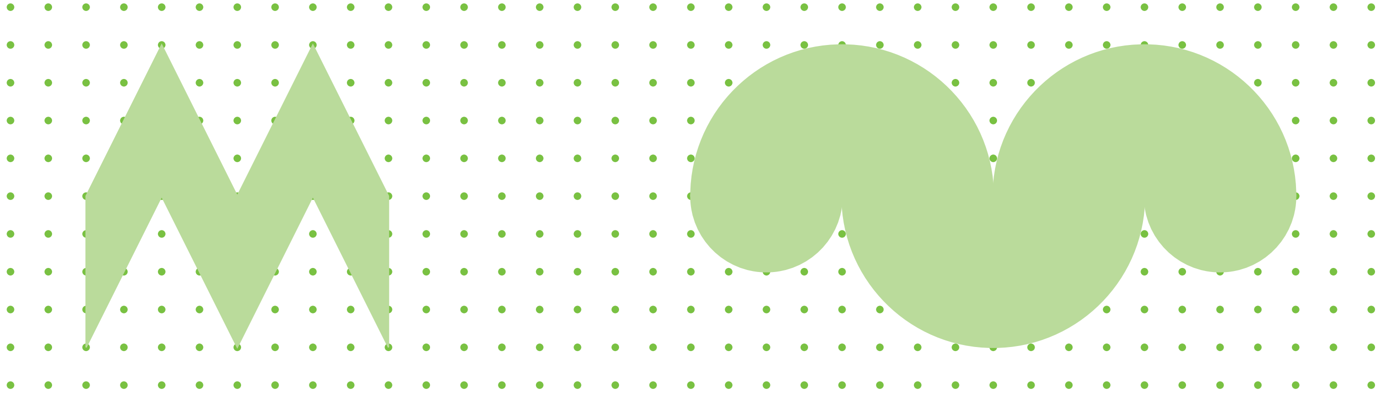
Describe el procedimiento que se podría seguir para calcular el área lateral del siguiente sólido y calcúlalo



## ¿Cuál es el problema?

No siempre todas las superficies de las cuales queremos medir o calcular su área son exactamente iguales a las figuras tradicionales que se revisan en los ejemplos de la clase, pero si usamos bien lo que sabemos, seguro podemos obtener los resultados que buscamos.

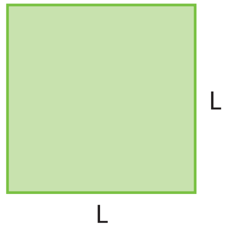
Calcula el área de cada una de las siguientes regiones sombreadas.



## Tiempo de aprender

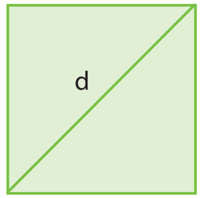
Existen distintas fórmulas para calcular el área de cada una de las figuras geométricas.
A continuación presentamos algunas de ellas.

**Cuadrado**



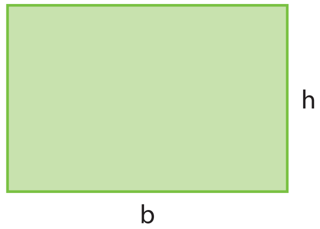

$A = L \cdot L$

Otra forma de calcular el área del cuadrado es la siguiente. A partir de la medida de su diagonal.



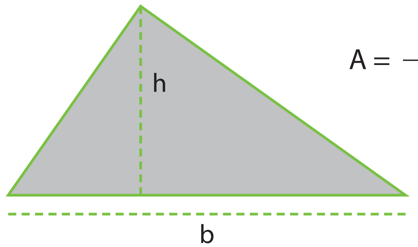

$A = \frac{d^2}{2}$

**Rectángulo**



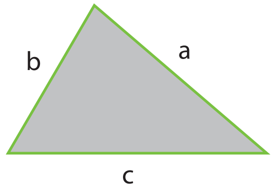

$A = b \cdot h$

**Triángulo**




$A = \frac{b \cdot h}{2}$

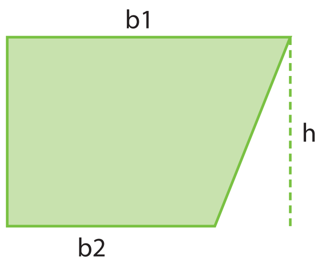
Otra fórmula para calcular el área del triángulo es la de un griego llamado "Herón el viejo".
La formula de Herón permite calcular el área de un triángulo a partir de la medida de la longitud de cada uno de sus tres lados.




$\text{Área} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Donde S es el semiperímetro, es decir la mitad de la medida del perímetro del triángulo.

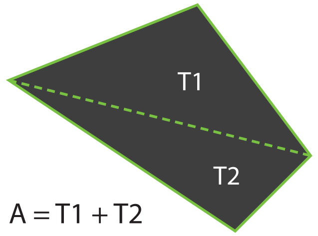
**Trapecio**




$A = \frac{(b1 + b2)}{2} \cdot h$

La fórmula aplica para cualquier tipo de trapecio.

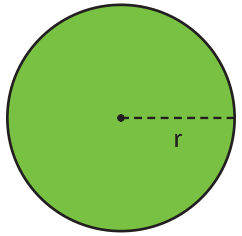
**Polígono irregular**




$A = T1 + T2$

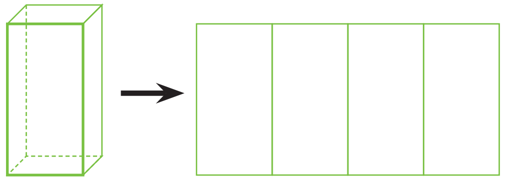
*T* representa el área del triángulo

**Círculo**

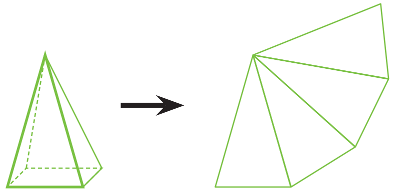



$A = \pi \cdot r^2$

**Prisma**
El área lateral de un prisma se calcula sumando el área de cada una de sus caras laterales.



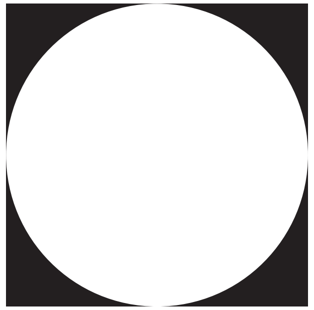
**Pirámide**
De la misma manera, el área lateral de una pirámide se calcula sumando el área de cada una de sus caras laterales.



## Ponte a prueba

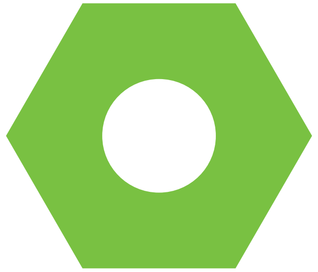
### Actividad 1

Toma las medidas que se requieren y calcula el área de la región sombreada.



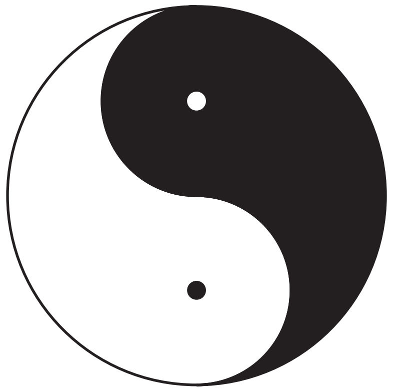
### Actividad 2

Toma las medidas que se requieran y calcula el área de la siguiente figura.



### Actividad 3

El siguiente símbolo se llama Xiantian taji-tu y representa la alternancia entre la energía. Toma las medidas que se requieran y calcula el área de la región en negro.



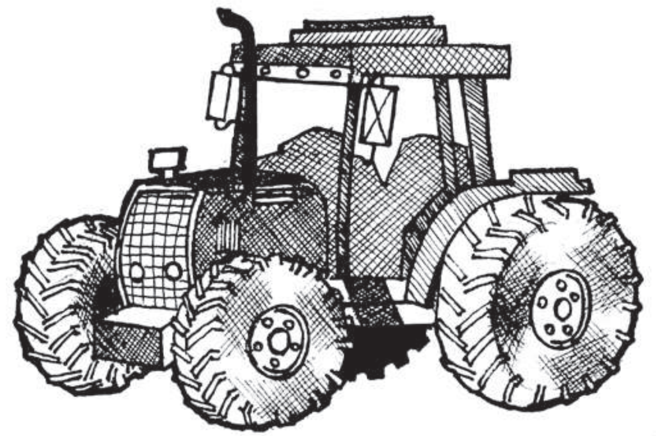
## Ponte a prueba

### Actividad 1

Don Fermín planea comprar un tractor que cuesta $130 000.00 y le quieren cobrar un impuesto de 16% ¿Cuánto tendría que pagar en total por el tractor?

### Actividad 2

Don Rodrigo comentó que el no supo cuánto le cobraron de impuestos, el pagó en total $145 000.00 de un tractor que originalmente costaba $130 000 ¿Qué tanto por ciento pagó de impuestos don Rodrigo respecto al precio original del tractor?



## La hora del reto

Si por un tractor se pagó en total $150 000.00, incluyendo un impuesto del 16% ¿cuál era el precio original del tractor (sin impuestos)?

## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Identifico el significado del símbolo: %.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Resuelvo problemas que implican calcular el porcentaje de un número.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Conozco el algoritmo para calcular el porcentaje de un número.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Resuelvo problemas que implican el porcentaje que corresponde a un número dado o el número que corresponde a un porcentaje dado.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza

conafe
Vivir Mejor
Gobierno Federal
SEP
Consejo Nacional de Fomento Educativo
DISTRIBUCIÓN GRATUITA / PROHIBIDA SU VENTA





5

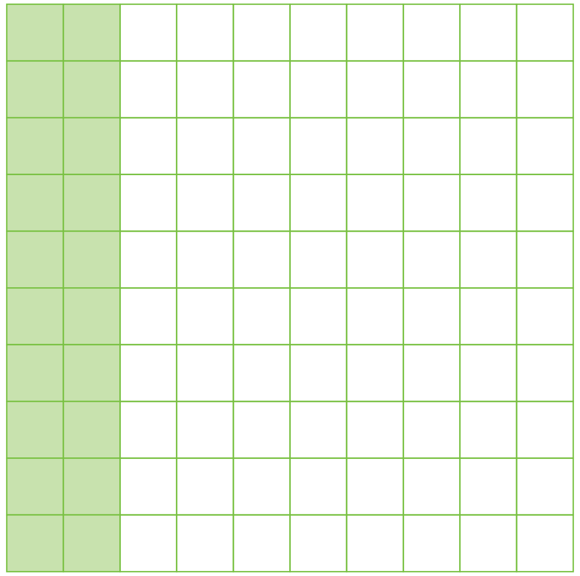
# Porcentajes

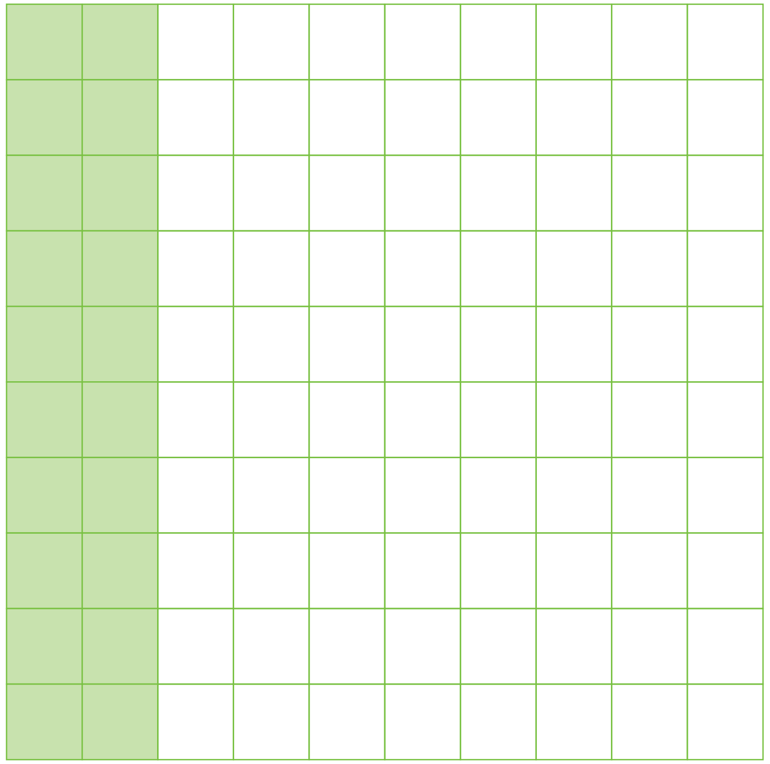
### Aprendizajes esperados:

*Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa.*

## Activa lo que sabes

En cada uno de los siguientes cuadros se ha sombreado 20% del total de los cuadros.





¿Cómo se lee el siguiente símbolo: %?

¿Qué significa el % de una cantidad?

¿Cuántos cuadritos conforman en total cada uno de los cuadros anteriores?

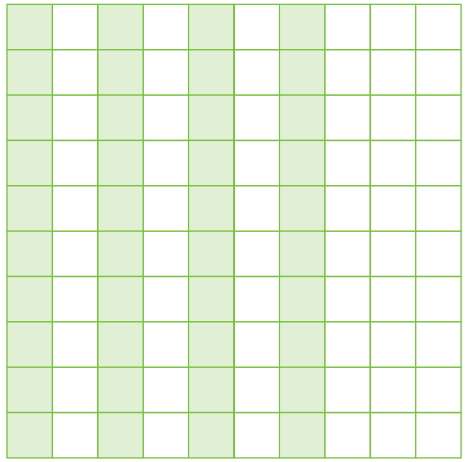
¿Cuántos cuadritos están sombreados?

¿Qué relación se establece en cada uno de los cuadros anteriores para afirmar que se ha sombreado el 20% del total de los cuadritos?

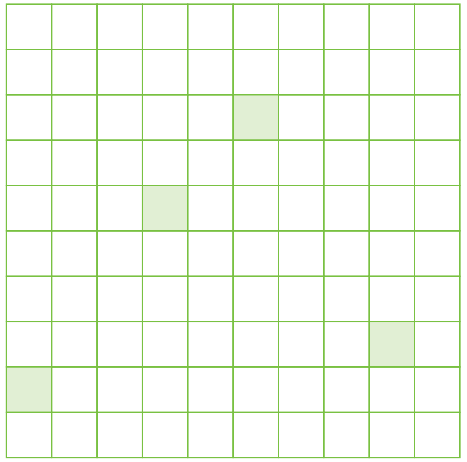
Un maestro pidió a cuatro de sus estudiantes que dibujaran un cuadrado en el que sombrearan un área que representara 4% del total de su superficie. Solo uno de ellos lo logró.

A continuación te presentamos los dibujos que hicieron. ¿Cuál es el correcto? ¿Qué errores se cometieron en los demás dibujos?

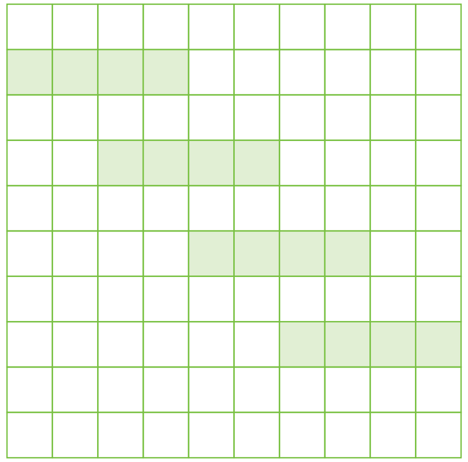
Caso 1



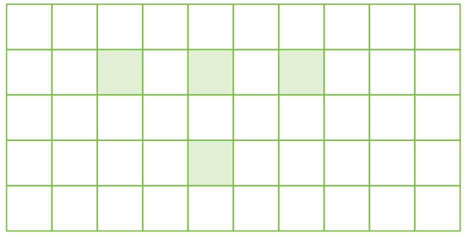
Caso 2



Caso 3



Caso 4



Ahora, dibuja un cuadrado en tu cuaderno y sombrea 75% del mismo.

## ¿Cuál es el problema?

Si al comprar un artículo en una tienda departamental, se tiene que pagar 16% más de impuesto, ¿cuánto se debe pagar en total por una prenda cuyo precio, sin agregar el impuesto, es de $750.00?

## Tiempo de aprender

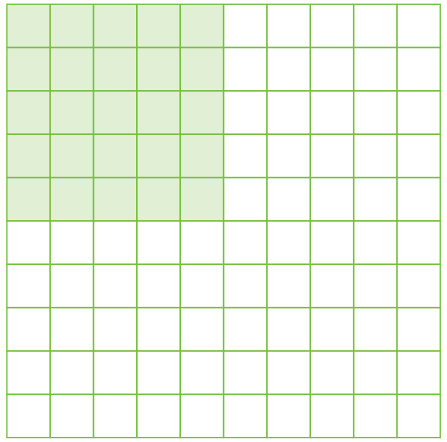
Existen distintas estrategias para calcular el porcentaje de una cantidad. Para que comprendas en qué ideas se basan estas fórmulas analiza la siguiente situación:

Supongamos que se quiere calcular 25% de $250.00. Entonces consideramos a 250 como el todo y lo representamos con un cuadro grande. Ese cuadro lo vamos a dividir en 100 partes para calcular el porcentaje que se requiera. En este caso 25 cuadritos sombreados representan el 25% de 100 cuadritos como se ilustra a la derecha.

Si nosotros dividimos $250.00 entre 100 da $2.5 es decir, en nuestro ejemplo cada cuadrito representa $2.5.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | | | | | |
| 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | | | | | |
| 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | | | | | |
| 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | | | | | |
| 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

Como se tienen 25 cuadritos sombreados, en total se tiene $\$2.5 \times 25 = \$62.5$.



Calcular el porcentaje de una cantidad significa dividir esa cantidad en 100 partes iguales y luego calcular, ya sea sumando o multiplicando, el número de partes que corresponden al porcentaje buscado, esto se puede realizar siguiendo distintos algoritmos. Por ejemplo para calcular 30% de $160.00.

$$\frac{160}{100} \times 30$$

Si en lugar de realizar la división de 160/100 primero multiplico por 30, se tendría el mismo resultado.

$$\frac{160 \times 30}{100}$$

Esto mismo se puede expresar de la siguiente manera:

$$160 \times \frac{30}{100}$$

Hemos explicado estas variables en el algoritmo, ya que una forma rápida de calcular el porcentaje es multiplicar directamente por un número decimal que corresponda al porcentaje deseado, en nuestro ejemplo sería:

$$160 \times .30$$

## Actividad 3

¿Cuánto dinero debe depositarse en el banco si se desea acumular un monto de $500 000.00 en un plazo de 2 años y la tasa de interés anual es de 9%? Considera que sólo se va a hacer el depósito inicial.

## La hora del reto

Al solicitar un préstamo para construir su casa doña Esther tiene que decidir entre los siguientes dos planes:

| **Plan 1** | **Plan 2** |
|---|---|
| Dinero Prestado: $800 000.00<br>Pagos mensuales de $5556.00 a 15 años. | Dinero Prestado: $800 000.00<br>Pagos mensuales de $12 500.00 a 10 años. |

¿En cuál de ellos se pagan más intereses?

Si ambos planes manejan interés compuesto, estima cuál es la tasa de intereses que le ofrecieron a doña Esther en cada plan.

## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Comprendo qué es el porcentaje.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Comprendo la diferencia entre interés simple e interés compuesto.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Conozco algoritmos para calcular interés compuesto.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Resuelvo problemas que implican el cálculo de interés compuesto.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |





6

# Interés compuesto

### Aprendizajes esperados:

*Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos.*


Ilustración: Humberto Vega Mendoza

## Activa lo que sabes

Cuando una persona ahorra en un banco, recibe una utilidad o ganancia por los intereses que genera su dinero a lo largo del tiempo.

Si invertimos $20 000.00 a una tasa de 5% anual, ¿cuánto se recibe de ganancia por intereses en un año?

Si se invierte ese dinero a un plazo de cinco años con una tasa de 5% anual, ¿cómo podemos saber cuánto se gana al final de los cinco años?, ¿por qué no basta que se calcule lo que se gana en un año y se multiplique esa ganancia por 5 si son cinco años lo que se va a invertir el dinero?

## ¿Cuál es el problema?

Si una persona compra una camioneta que cuesta $250 000.00 pero la compra a crédito con una tasa de interés anual de 9% a 5 años ¿Cuánto pagará en total por la camioneta?

## Tiempo de aprender

En ocasiones un capital se invierte a una tasa de interés durante un cierto periodo de tiempo, en el cual los intereses obtenidos al final de cada periodo no se retiran, sino que se añaden al capital principal, por lo tanto, los intereses se reinvierten junto con el capital inicial. A esto se le llama **interés compuesto**, es decir, la persona que invirtió el dinero gana intereses de los intereses ganados.

Existen distintas formas para calcular el interés compuesto, veamos algunas.

Por ejemplo, al invertir $100 000.00 a cinco años con una tasa de 7% anual, es decir, una ganancia del 7% del capital cada año; podríamos hacer el cálculo como se ilustra en la siguiente tabla:

| Año | Préstamo inicial | Interés | Estado parcial |
|---|---|---|---|
| 0 (Ahora) | $100,000.00 | $100,000.00 × 0.07 = **$7,000.00** | $107,000.00 |
| 1 | $107,000.00 | $107,000.00 × 0.07 = **$7,490.00** | $114,490.00 |
| 2 | $114,490.00 | $114,490.00 × 0.07 = **$8,014.3** | $122,504.30 |
| 3 | $122,504.30 | $122,504.30 × 0.07 = **$8,575.301** | $131,079.60 |
| 4 | $131,079.601 | $131,079.601× 0.07 = **$9,175.572** | $140,255.17 |
| 5 | $140,255.17 | | |

Como ves, es fácil calcular si vas paso a paso:

1. Calcula el interés (préstamo inicial × tasa de interés).
2. Suma el interés al préstamo inicial para calcular el estado final al cabo de un año.
3. El estado final del año es el préstamo inicial del año siguiente.

Es una tarea simple, con muchos cálculos, pero se vuelve tediosa si son muchos años los que el proceso se repite y hay que repetirlo muchas veces, por eso vamos a analizar una fórmula para realizar más rápido estos cálculos. Empezamos mirando el estado parcial al finalizar el primer año:

$100,000.00 + ($100,000.00 × 0.07) = **$107,000.00**

Si factorizamos $100,000.00 + ($100,000.00 × 0.07) tenemos:

$100,000.00 (1 + 0.07) = **$107,000.00**

Así que sumar 7% de interés es como multiplicar por 1.07

De manera que podemos calcular directamente el interés compuesto, veamos cómo serían estos cálculos en el ejemplo que hemos comentado en esta sección multiplicando 5 veces, como se indica a continuación:

$100,000.00 × 1.07 × 1.07 × 1.07 × 1.07 × 1.07 = **$140,255.17**

Pero es más fácil representar las multiplicaciones de factores iguales usando exponentes (o potencias) de la siguiente manera:

$$\$100{,}000 \times 1.07 \times 1.07 \times 1.07 \times 1.07 \times 1.07 = \$100{,}000 \times 1.07^{5}$$

Expresando esto en una fórmula tendríamos lo siguiente:

$$\text{Capital Inicial} \times (1 + \text{tasa de interés})^{\text{número de períodos}} = \text{Capital final}$$

Si lo representamos con letras tenemos que:

$$CI \times (1 + t)^{p} = CF$$

## Ponte a prueba

### Actividad 1


Para la siembra de un terreno don Fermín solicitó a un programa de apoyo agrario, un préstamo de $17 000.00 y tendrá que pagar un interés anual de 7% de la cantidad solicitada.

¿Qué operaciones permiten calcular cuánto pagará esta persona si el plazo de pago es a 3 años?

Realiza las operaciones necesarias para calcular dicho pago. Hazlo de dos formas distintas para verificar si obtienes el mismo resultado en ambos casos.

### Actividad 2

La tasa de crecimiento de la población (TCP) es el aumento de la población de un país en un período determinado, generalmente un año, y es expresado como porcentaje de la población al comenzar el período.

Si un país que tiene 80 millones de habitantes estima tener una tasa de crecimiento del 2% anual ¿cuál será su población al cabo de 10 años?

7

# Juego con dados

## Aprendizajes esperados:

*Comparación de dos o más eventos a partir de sus resultados posibles, usando relaciones como: "es más probable que…", "es menos probable que…".*

## Activa lo que sabes

En la vida encuentras dos tipos de fenómenos que desde el punto de vista de la probabilidad se clasifican en determinísticos y aleatorios.

Se llama fenómenos determinísticos a aquellos en los que se sabe lo que va a ocurrir; mientras que se llama fenómenos aleatorios aquellos donde hay incertidumbre sobre lo que pasará.

El experimento de lanzar un objeto al aire para saber si caerá al suelo es determinístico. La ley de la gravedad nos dice que los objetos son atraídos hacia el centro de la Tierra y por lo mismo el objeto tiene que caer necesariamente.

Pero saber si hoy lloverá es un fenómeno aleatorio ya que no es seguro que esto ocurra aunque puedes tener cierto grado de certidumbre.

Por ejemplo, es más probable que llueva cuando está nublado que cuando no hay nubes en el horizonte.

Contesta en tu cuaderno lo que se te pide.

¿Has jugado alguna vez con dados?

Cuando lanzas un dado, ¿sabes cuántos puntos tendrá la cara que quede arriba?

¿Cuántos posibles resultados distintos tienes al lanzar un dado?

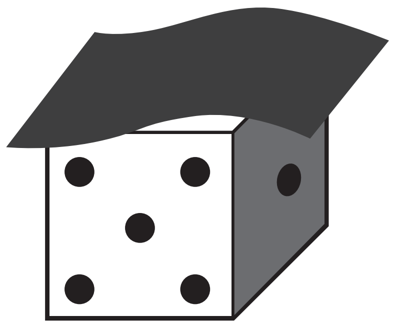
¿Cuáles son esos resultados?

Cuando lanzas un dado legal, es decir, un dado que esté perfectamente equilibrado, ¿qué es más probable que caiga en la cara superior 6 o 1?

## ¿Cuál es el problema?

Pedro lanza un dado justo para ver cuántos puntos caen en la cara que quede arriba.

Después de lanzar el dado quedó como se muestra, sólo que se ha tapado la cara superior.



De acuerdo con lo anterior contesta en tu cuaderno las siguientes preguntas:

¿Será seguro que en la cara superior tenga 4 puntos?

¿La cara superior puede tener 6 puntos?

¿Puede tener 1 punto?

¿Puede tener 3 puntos?

¿Puede tener 5 puntos?

¿Puede tener 9 puntos?

¿Qué es más probable: que el número de puntos sea par o que sea impar?

¿Será seguro que en la cara superior haya más de 1 punto? Justifica tu respuesta.

## La hora del reto

Luis, Carmen y Ana juegan con dos dados.

Ambos son legales, pero de diferente color.

Gana el que acierte lo que suman los puntos de las caras superiores de ambos dados.

En papelitos escriben los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12, los doblan y los meten en una bolsa de plástico negra.

Cada persona, con los ojos cerrados saca de la bolsa 3 papelitos que serán las sumas con las que jugará, es decir ganará si la suma de los dados es la que indica cualquiera de los tres papelitos que extrajo de la bolsa.

Luis sacó las sumas: 2, 8 y 10.

Carmen extrajo las sumas: 1, 6 y 7.

Ana sacó las sumas: 12, 5 y 9

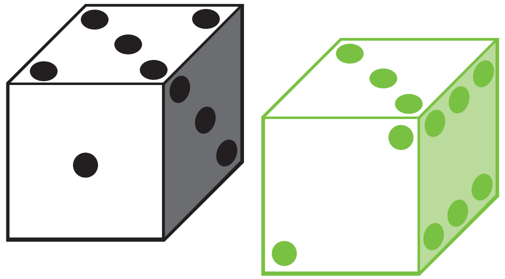
Contesta las siguientes preguntas en tu cuaderno.

Para ello, te recomendamos usar la tabla de la *Actividad 1*.

¿Quién de las tres personas tiene mayor probabilidad de ganar?

¿Quién tiene menor probabilidad de ganar?

¿Quién no tiene oportunidad de ganar con una de las sumas que le tocaron?



## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Comprendo qué es un experimento es aleatorio.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Comparo eventos y determino cuál tiene mayor probabilidad.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Calculo los posibles resultados de un experimento aleatorio.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Resuelvo problemas de la vida diaria donde se comparen eventos.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

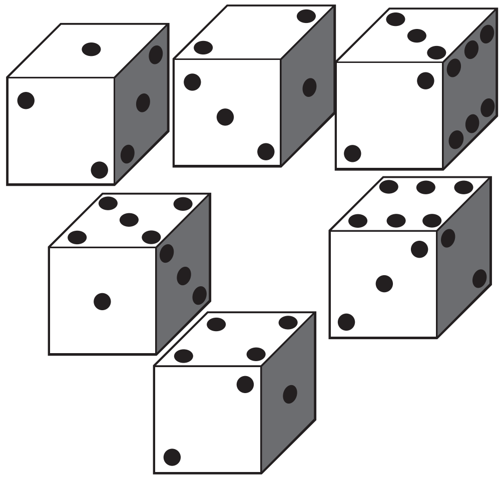
Ilustración: Humberto Vega Mendoza

conafe
Vivir Mejor
Gobierno Federal
SEP
Consejo Nacional de Fomento Educativo

## Tiempo de aprender

Un dado legal está perfectamente equilibrado y cualquiera de sus seis caras tiene la misma probabilidad de caer arriba.

Además, los puntos de sus caras opuestas suman 7.



Por esa razón en cualquiera de los seis dados que se presentan cuando ves el 2 no se ve el 5, cuando ves el 1 se oculta el 6, lo mismo ocurre con el 3 y el 4.

Lanzar un dado para ver cuántos puntos caen en la cara superior es un experimento aleatorio, porque no sabemos con certeza qué número caerá en la cara que quede arriba.

Los seis posibles resultados forman el espacio muestra.

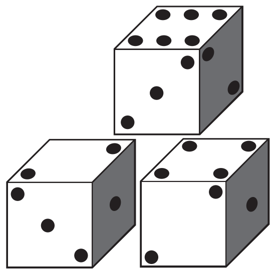
Espacio muestra: 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Los seis números del espacio muestra se llaman puntos muestrales, con ellos pueden formarse eventos.

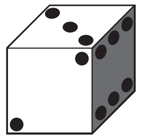
El evento "cae un número par" se forma por los puntos muestrales: 2, 4 y 6.

Cuando se comparan dos eventos, el que tenga más puntos muestrales será el más probable de ocurrir.

En evento "cae un número par" tiene mayor probabilidad de ocurrir que el evento "cae el 3" porque este segundo sólo tiene 1 posibilidad mientras que el primero tiene 3 posibilidades de ocurrir.



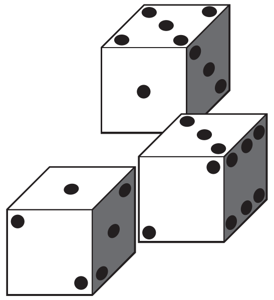
*"Cae un número par"*



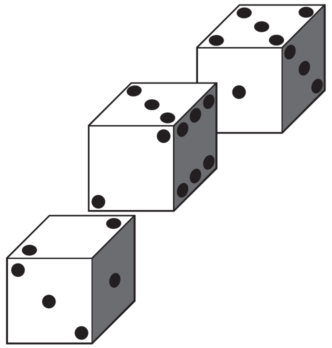
*"Cae el 3"*

Por esta razón se dice que es más probable que caiga un **número par** a que caiga el **número 3**.

Cuando dos eventos tienen la misma cantidad de puntos muestrales se dice que son equiprobables.



*"Cae un impar"*



*"Cae un primo"*

La probabilidad de un evento que no tiene puntos muestrales es 0. Se llama evento imposible como "cae el número 7" al lanzar un dado normal.

La probabilidad de un evento que tiene todos los puntos muestrales es 1. Se le llama evento seguro como "Cae un número mayor que 0" es seguro porque contiene los seis puntos muestrales 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

## Ponte a prueba

### Actividad 1

Se lanza un dado negro y otro verde para ver cuánto suman los puntos de las caras superiores de ambos dados.

Copia en tu cuaderno la tabla de los 36 resultados posibles (espacio muestra). En un paréntesis escribe la puntuación de cada dado y a su derecha lo que suman.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | (1,1) → 2 | | (1,3) → 4 | | | (1,6) → 7 |
| **2** | (2,1) → 3 | (2,2) → 4 | | | (2,5) → 7 | |
| **3** | | | | (3,4) → 7 | (3,5) → 8 | |
| **4** | | (4,2) → 6 | (4,3) → 7 | (4,4) → 8 | | |
| **5** | | (5,2) → 7 | (5,3) → 8 | | (5,5) → 10 | |
| **6** | (6,1) → 7 | | | | | |

Escribe en tu cuaderno el evento que sea más probable en cada caso.

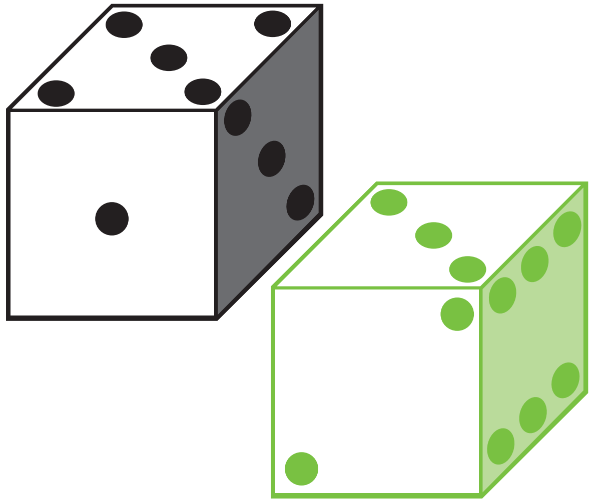
a. "Que la suma sea 6" ó "Que la suma sea 5"

b. "Que la suma sea 9" ó "Que la suma sea 4"

c. "Que la suma sea 12" ó "Que la suma sea 3"

d. "Que la suma sea 7" ó "Que la suma sea mayor que 10"

e. "Que la suma sea 1" ó "Que la suma sea mayor que 11"



### Actividad 2

En una escuela secundaria multigrado, la población escolar está distribuida como se muestra en la siguiente tabla.

| Género | Grado | | |
|---|---|---|---|
| | Primero | Segundo | Tercero |
| Mujeres | 8 | 6 | 7 |
| Hombres | 7 | 9 | 7 |

Si se sortea al azar un o una estudiante para asumir la representación de la sociedad de alumnos, es más probable:

- ¿Que sea una mujer o que sea un hombre?, ¿por qué?
- ¿Que sea de primer grado o de tercero?, ¿por qué?
- ¿Que sea una mujer de primer grado o que sea un hombre de tercer grado?

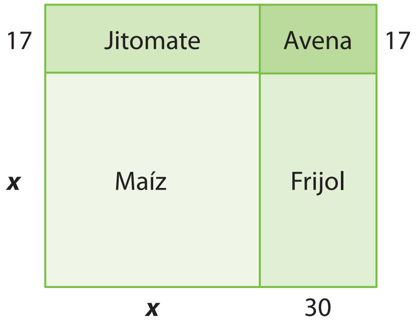
Escribe en tu cuaderno las respuestas.

## La hora del reto

Resuelve en el cuaderno el problema y contesta las siguientes preguntas:

El área total del terreno es 6 120 m$^2$

La parcela de avena mide 30 metros de largo por 17 metros de ancho.




¿Cuántos metros mide cada lado de la parcela de maíz?

Si se representa con ***x*** la medida de un lado de la parcela de maíz:

¿Qué expresión representa el área del terreno formado por las cuatro parcelas?

¿Qué expresión representa su largo?

¿Qué ecuación relaciona todos los datos del problema?

Resuelve la ecuación en tu cuaderno y verifica la solución de la misma.

Área de la parcela de maíz: ____________

Área de la parcela de jitomate: ____________

Área de la parcela de avena: 510 m$^2$

Área de la parcela de frijol: ____________

Área de todo el terreno: 6 120 m$^2$

## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Identifico una ecuación cuadrática.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Resuelvo ecuaciones cuadráticas usando mis propias estrategias.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Represento valores por medio de expresiones algebraicas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Resuelvo problemas por medio de ecuaciones cuadráticas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza





1

# ¿Cuánto mide la parcela?

### Aprendizajes esperados:

*Resolución de problemas que impliquen el uso de ecuaciones cuadráticas sencillas, utilizando procedimientos personales u operaciones inversas.*

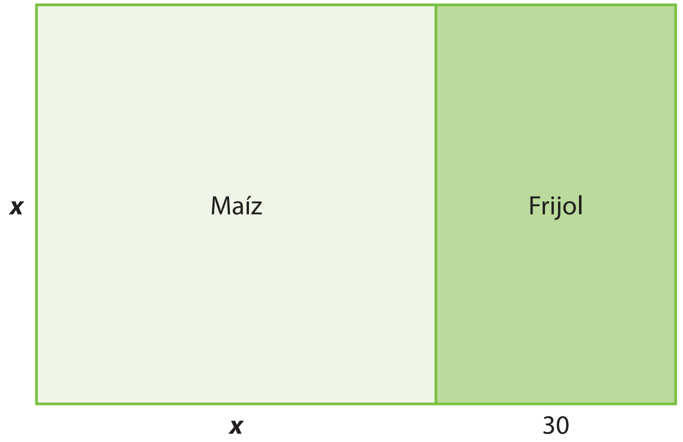
## Activa lo que sabes

Don Mundo ha divido su terreno de 4000 m$^2$ en dos parcelas.

Una parcela cuadrada dedicada al cultivo de maíz y una rectangular para el frijol.

El ancho de la parcela de frijol mide 30 metros.

Don Mundo ha olvidado cuánto mide cada lado de la parcela de maíz y le ha pedido a su hijo Antonio, que cursa la secundaria, que le ayude a medirla. Para ello, Antonio ha elaborado un dibujo del terreno.




Copia las siguientes preguntas en tu cuaderno y responde lo que se te pide:

¿Cómo se obtiene el área de un cuadrado?

¿Cómo se obtiene el área de un rectángulo?

¿Por qué Antonio ha puesto la literal ***x*** en los lados del cuadrado que representa la parcela de maíz?

¿Crees que la medida del lado de la parcela de maíz es mayor de 30 m?

¿Cuántos metros es mayor el largo de todo el terreno que su ancho?

¿Qué expresión algebraica le corresponde al largo de todo el terreno?

## ¿Cuál es el problema?

Contesta en tu cuaderno las siguientes preguntas relacionadas con la parcela de maíz que tiene don Mundo.

¿Cuántos metros mide cada lado de la parcela de maíz?

La medida del ancho del terreno de don Mundo la representó Antonio con la literal ***x***.

¿Qué expresión algebraica le corresponde a la medida del largo del terreno?

¿Cuál es el producto de $x\,(x + 30)$?

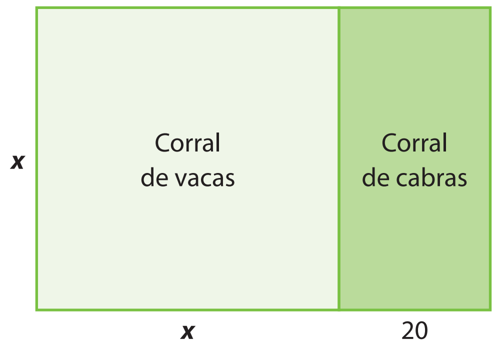
¿Qué ecuación tiene que resolverse para encontrar la medida del lado de la parcela dedicada al maíz?

## Tiempo de aprender

Para resolver problemas como el presentado en la página anterior puede usarse una ecuación cuadrática.

Copia en tu cuaderno y responde lo que se te pide.

¿Cuánto mide el lado del corral de vacas, si la suma de las áreas de ambos corrales es de 2 400 m$^2$?




El ancho del terreno dedicado a los dos corrales se representa con la literal $x$.

Observa que m$^2$ es una etiqueta que se usa para representar "metros cuadrados", mientras que $x$ es la representación de un número desconocido, es decir, una **incógnita** que queremos descubrir, por ello se escribe con letra cursiva.

El largo del terreno es 20 metros mayor que el ancho, por lo mismo se representa con la expresión algebraica:

$x + 20$

Se relacionan los datos del problema mediante la ecuación cuadrática siguiente:

Medida del ancho: $x$

Medida del largo: $x + 20$

Área: 2 400

Ecuación: $x\,(x + 20) = 2\,400$

La ecuación puede resolverse completando una tabla como la siguiente.

| Ancho: $x$ (metros) | Largo: $x + 20$ (metros) | Área (m$^2$) | |
|---|---|---|---|
| 10 | 30 | 300 | |
| 30 | 60 | 1 800 | |
| 50 | 70 | 3 500 | ¡Se pasa! |
| 40 | 60 | 2 400 | ¡Solución! |

Es decir, el lado del corral de vacas mide 40 metros.

Comprobación:

Área del corral de vacas: 40 m × 40 m = 1 600 m$^2$

Área del corral de cabras: 20 m × 40 m = 800 m$^2$

Área total de los dos corrales:

1 600 m$^2$ + 800 m$^2$ = 2 400 m$^2$

Para resolver un problema con una ecuación cuadrática.

Se relacionan los datos *con una ecuación cuadrática*.

↓

Se lee el problema hasta entenderlo.

↓

Se representa el valor desconocido (incógnita) con una literal.

↓

Se selecciona la estrategia para resolver la ecuación (uso de tablas, gráficas, factorización, fórmula general, etc.).

↓

Se resuelve la ecuación.

↓

Se verifica la solución obtenida.

## Ponte a prueba

### Actividad 1

Copia en tu cuaderno el siguiente ejercicio y contesta lo que se te pide.

El volumen del prisma cuadrangular es de 288 cm$^3$ y su altura mide 12 cm.

¿Cuál es la medida de una arista de la base del prisma?

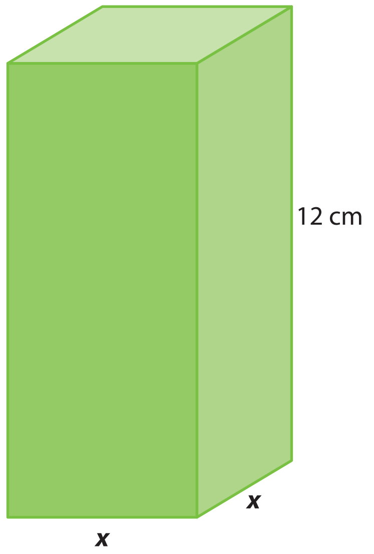
Recuerda que el volumen de un prisma se obtiene multiplicando el área de la base por la medida de la altura.

Área de la base × altura = Volumen

¿Qué expresión algebraica representa el área de la base del prisma?

¿Qué ecuación relaciona los datos del problema?

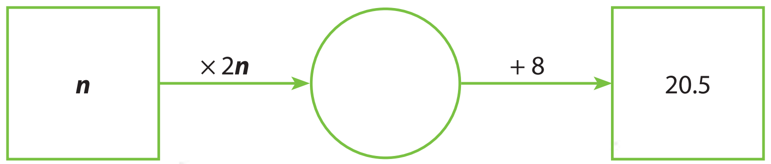
Resuelve la ecuación y verifica la solución de la misma.




### Actividad 2

Adivina qué número estoy pensando

Si lo multiplicas por su doble y le sumas 8 obtienes 20.5



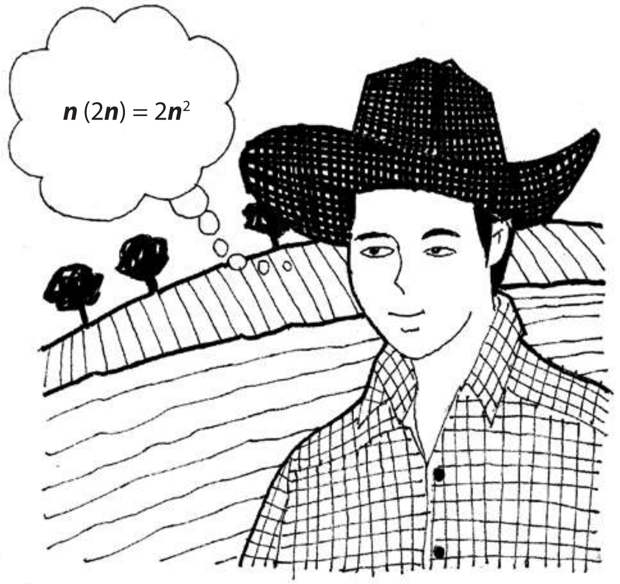

Si $n$ es el número que pensé, contesta en tu cuaderno lo que se te pide:

¿Qué expresión representa su doble?

¿Qué expresión representa el producto del número que pensé por su doble?

¿Qué ecuación relaciona todos los datos del problema?

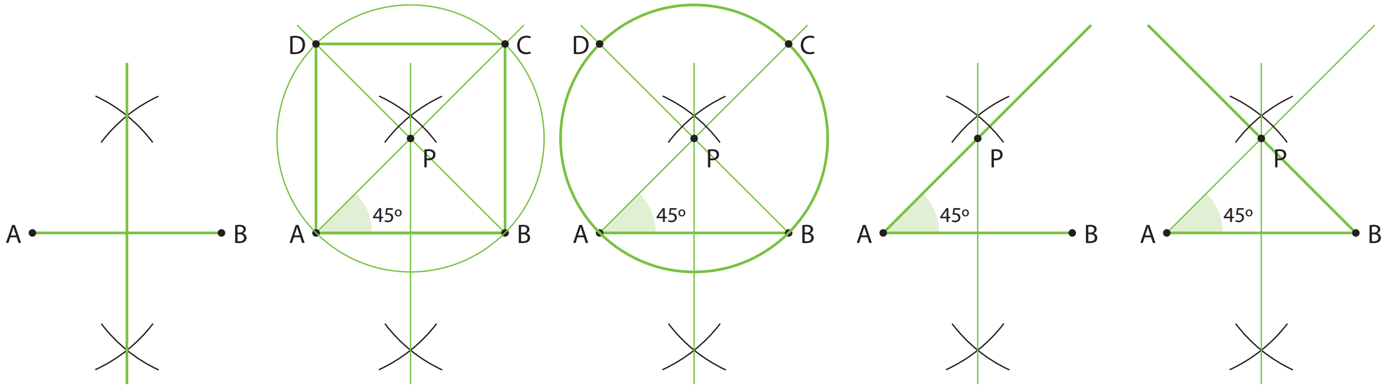
Resuelve la ecuación y verifica la solución de la misma.



## La hora del reto

A continuación se ilustra el procedimiento empleado para trazar un cuadrado, del cual se conoce su lado.

Identifica cuál es el orden que las imágenes deben de seguir según los pasos que integran el procedimiento. Coloca dentro de los paréntesis ( ), el número 1 para el primer paso, el 2 para el segundo y así sucesivamente.




( ) ( ) ( ) ( ) ( )

Para verificar tu respuesta construye un cuadrado que mida 5 cm de lado, trabaja en tu cuaderno.

## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Identifico triángulos congruentes.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Comprendo los criterios de la congruencia de triángulos.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Construyo triángulos congruentes a partir de los criterios establecidos.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |





2

# La lámpara

Aprendizajes esperados:

*Construcción de figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos).*

## Activa lo que sabes

Bernabé es un artesano muy creativo, él se dedica a elaborar lámparas, requiere de varias figuras geométricas para su elaboración.

Observa una de las lámparas que construye Bernabé.

¿Qué figuras geométricas ves?

La parte superior de la lámpara está formada por tres triángulos iguales ¿Qué clase de triángulo es?

La base de la lámpara está formada por cuadriláteros, menciona alguno de ellos.

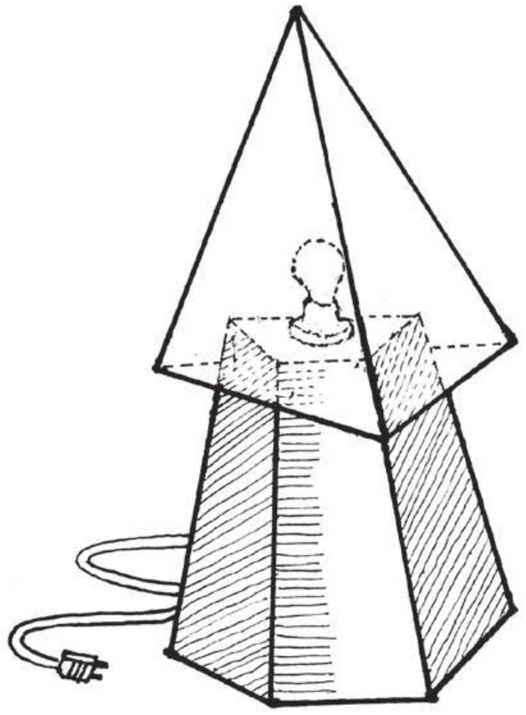
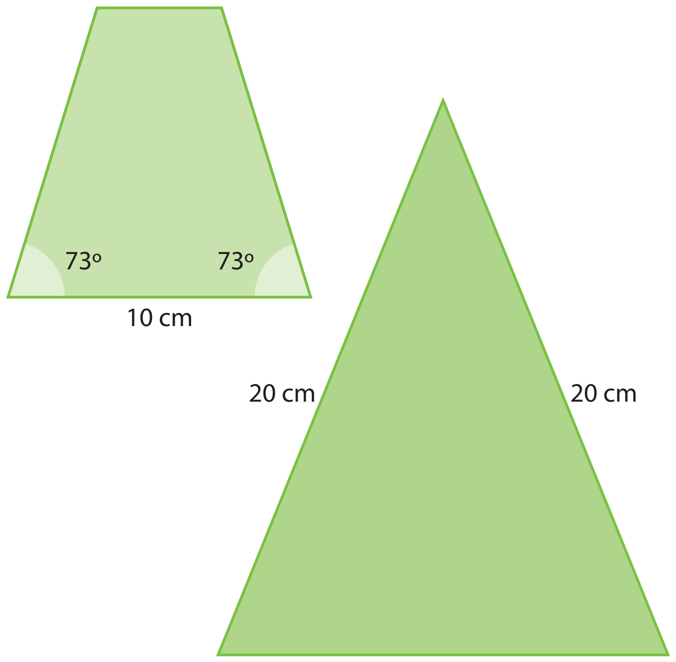


Ilustración: Humberto Vega Mendoza

## ¿Cuál es el problema?

A Bernabé le hicieron un pedido de varias lámparas iguales como la anterior, para lograr su pedido requiere de mucho material. Al buscar el molde no lo encontró, solamente tiene algunos datos.

Observa la ilustración con los datos.




¿Cómo trazarías los triángulos para que fueran iguales?

¿Qué datos se necesitan para trazar triángulos iguales?

¿Son suficientes los datos que aparecen en el trapecio isósceles para trazar otro igual?

## Tiempo de aprender

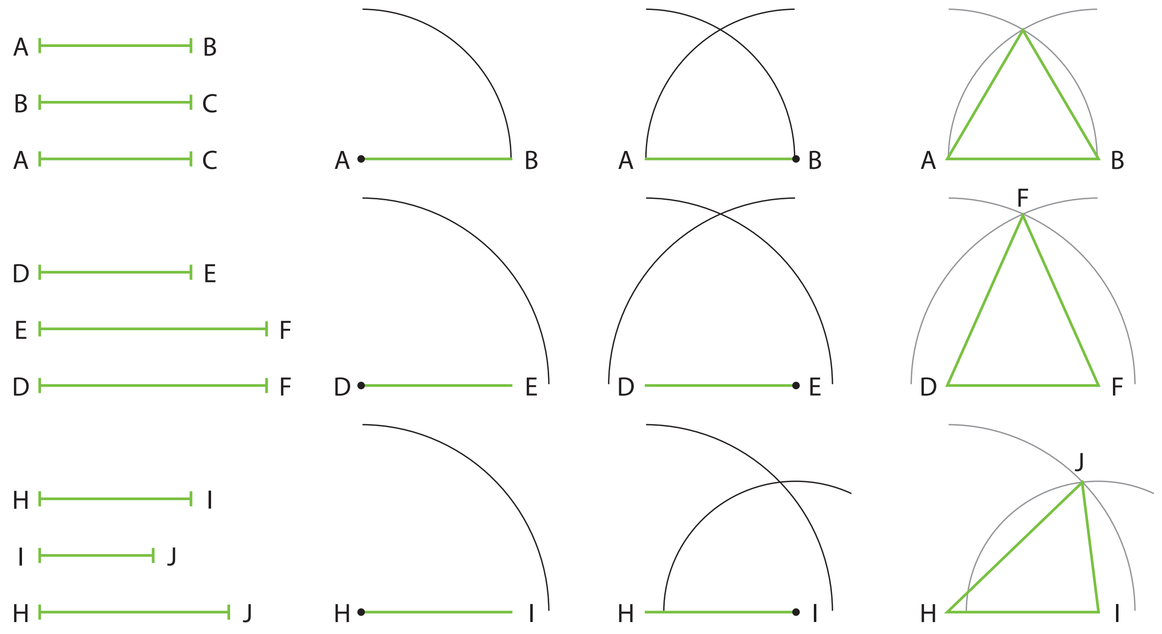
Para construir triángulos congruentes, es decir, que tienen la misma forma y el mismo tamaño, se requiere de tres datos.

Conocer las medidas de los tres lados. Observa los procedimientos para trazar triángulos.

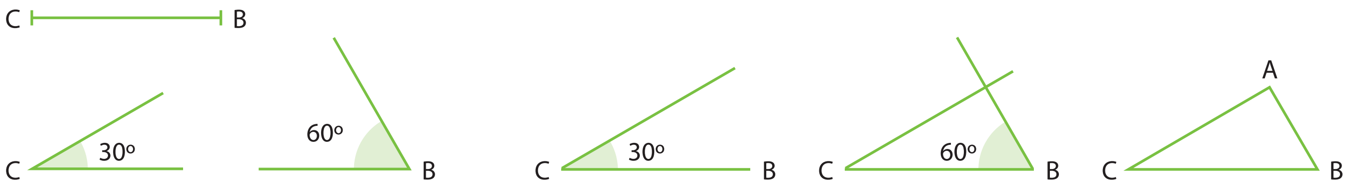
Equilátero:

Isósceles:

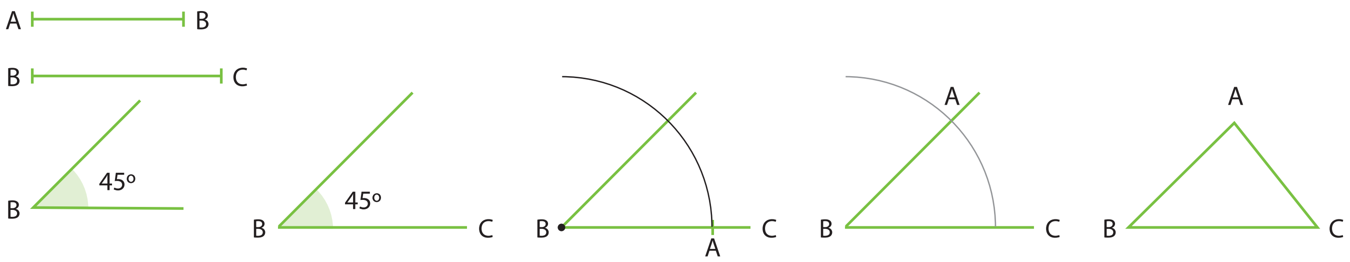
Escaleno:



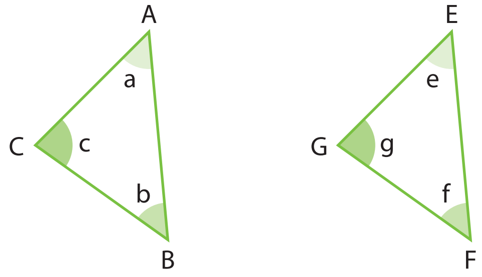

Conocer las medidas de dos ángulos y el lado comprendido entre ellos.




Conocer las medidas de dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.




Se les llama **figuras congruentes** a los que tienen la misma forma y el mismo tamaño. La notación $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ se utiliza para indicar la congruencia y correspondencia entre las figuras. Se lee: "el triángulo ABC es congruente con el triángulo EFG".




Los lados correspondientes son:

$AB \cong EF$, $BC \cong FG$ y $CA \cong GE$

Los ángulos correspondientes son:

$\measuredangle a = \measuredangle e$, $\measuredangle b = \measuredangle f$, $\measuredangle c = \measuredangle g$

Para decir si dos triángulos son congruentes no se requiere de los seis datos, con tres de ellos es suficiente de acuerdo con los siguientes **criterios de congruencia**:

**Criterio (L.L.L).** Dos triángulos son congruentes si sus lados correspondientes con congruentes.

Si $\overline{AB} \cong \overline{EF}$, $\overline{BC} \cong \overline{FG}$ y $\overline{CA} \cong \overline{GE}$, entonces $\Delta ABC \cong \Delta EFG$

**Criterio (L.A.L).** Dos triángulos son congruentes si dos lados de uno y el ángulo comprendido entre ellos son congruentes con las partes correspondientes del otro.

Si $\overline{AB} \cong \overline{EF}$, $\overline{BC} \cong \overline{FG}$ y $\measuredangle b = \measuredangle f$, entonces $\Delta ABC \cong \Delta EFG$

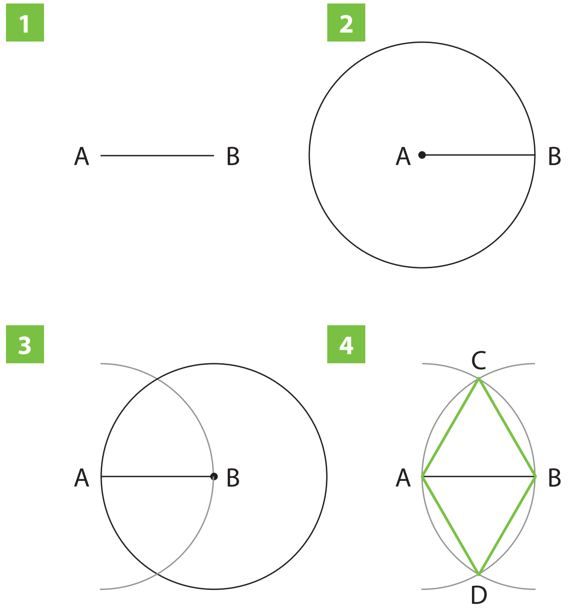
**Criterio (A.L.A).** Dos triángulos son congruentes si dos de los ángulos de uno y el lado comprendido entre éstos son congruentes con las partes correspondientes del otro triángulo.

Si $\measuredangle a = \measuredangle e$, $\measuredangle b = \measuredangle f$ y $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ entonces $\Delta ABC \cong \Delta EFG$

## Ponte a prueba

### Actividad 1

Escribe el procedimiento para construir un rombo, toma como referencia las imágenes.




### Actividad 2

Traza la figura siguiendo el procedimiento que se indica. Considera como base al segmento AB.

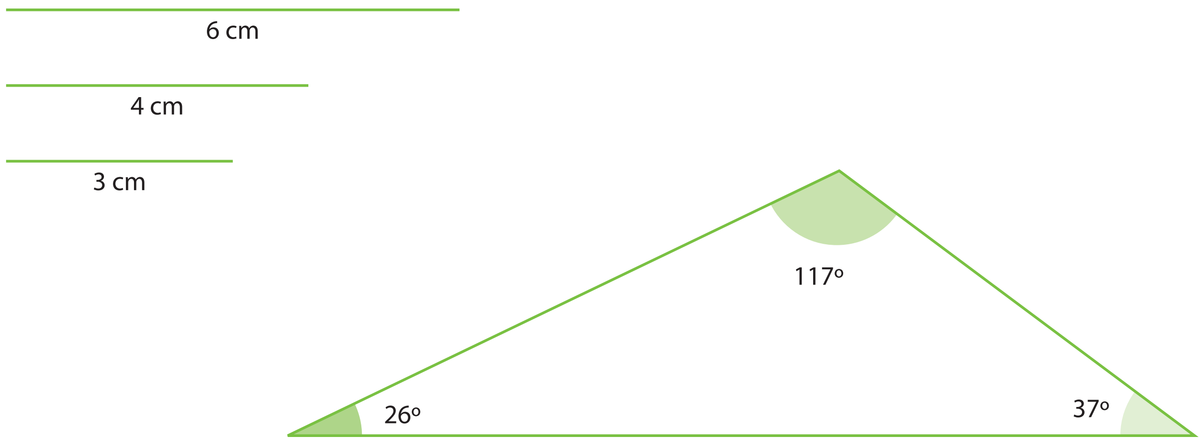
1. Ubica el punto medio del segmento AB y llámalo P.
2. Considera al punto P como vértice y el segmento PB como lado inicial para trazar un ángulo de 60°.
3. Prolonga la recta anterior en ambos sentidos.
4. Con centro en P y radio PB, traza una circunferencia que corte la recta del ángulo y su prolongación en dos puntos C y D.
5. Une el punto C con A y C con B. Después, une el punto D con A y D con B.

## La hora del reto

Trabaja en tu cuaderno.

Reproduce el siguiente triángulo con las medidas de los lados y los ángulos que se indican.

Explica tu procedimiento y el criterio de congruencia que usaste.




## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Identifico triángulos congruentes.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Comprendo los criterios de la congruencia de triángulos.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Ilustración: Humberto Vega Mendoza





3

# El rompecabezas

### Aprendizajes esperados:

*Explicitación de los criterios de congruencia de triángulos a partir de construcciones con información determinada.*

## Activa lo que sabes

A Daniel le gustan mucho los rompecabezas, acaba de conseguir un tangram con el que puede formar diferentes figuras.

Observa el tangram.

¿Cuántas piezas tiene el tangram?

¿Cuántas figuras distintas tiene el tangram?, escribe el nombre de cada una de las figuras que reconozcas.

¿Cuántos triángulos son iguales?

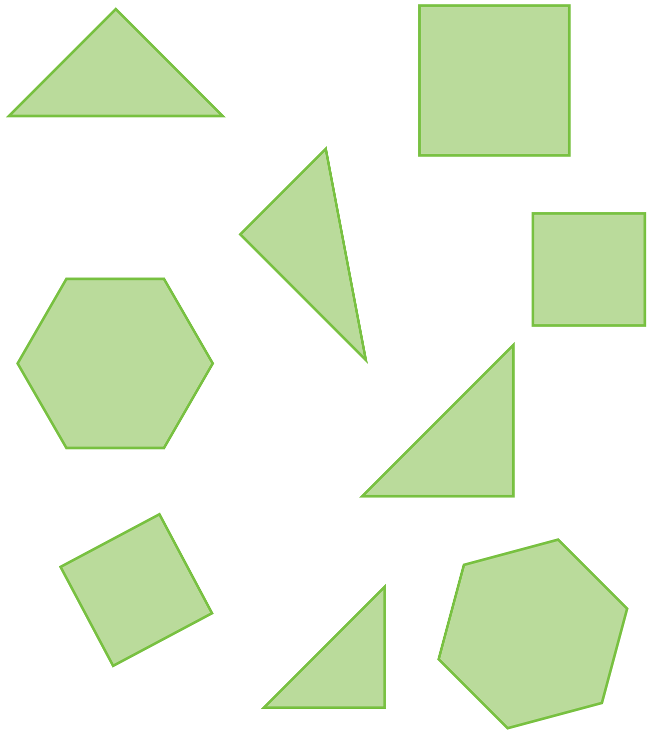
¿Cómo sabes que dos o más triángulos son iguales?

¿Qué significa que dos triángulos son congruentes?

## ¿Cuál es el problema?

A Daniel se le cayeron las piezas de un rompecabezas, las piezas tienen forma de figuras geométricas como las que se muestran en la ilustración.

Observa bien cada una de ellas, identifica con una misma letra todas aquellas figuras que sean iguales.



## Tiempo de aprender

Se les llama **triángulos congruentes** a los que tienen la misma forma y el mismo tamaño.

Si $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ entonces

$\overline{AB} \cong \overline{EF}$, $\overline{BC} \cong \overline{FG}$ y $\overline{CA} \cong \overline{GE}$

$\measuredangle a = \measuredangle e$, $\measuredangle b = \measuredangle f$ y $\measuredangle c = \measuredangle g$

Para comprobar que dos triángulos son congruentes, no es necesario demostrar que los tres ángulos correspondientes sean congruentes y sus tres lados correspondientes son congruentes. Es suficiente que cumplan con algunas condiciones generales de la cuales se derivan los **criterios de congruencia**.

**Criterio (L.L.L).** Dos triángulos son congruentes si sus lados correspondientes con congruentes.

Si $\overline{AB} \cong \overline{EF}$, $\overline{BC} \cong \overline{FG}$ y $\overline{CA} \cong \overline{GE}$,
entonces $\Delta ABC \cong \Delta EFG$

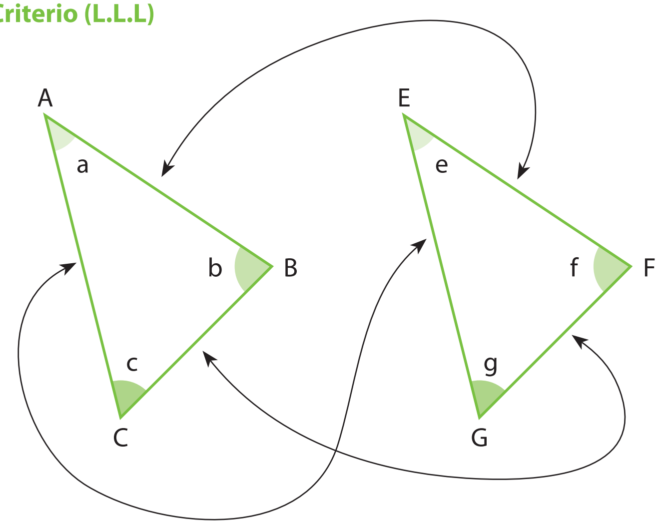
**Criterio (L.A.L).** Dos triángulos son congruentes si dos lados de uno y el ángulo comprendido entre ellos son congruentes con las partes correspondientes del otro.

Si $\overline{AB} \cong \overline{EF}$, $\overline{BC} \cong \overline{FG}$ y $\measuredangle b = \measuredangle f$,
entonces $\Delta ABC \cong \Delta EFG$

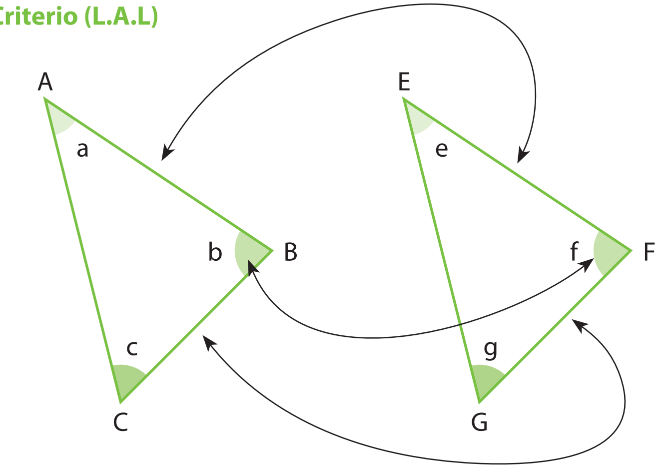
**Criterio (A.L.A).** Dos triángulos son congruentes si dos de los ángulos de uno y el lado comprendido entre éstos son congruentes con las partes correspondientes del otro triángulo.

Si $\measuredangle a = \measuredangle e$, $\measuredangle b = \measuredangle f$ y $\overline{AB} \cong \overline{EF}$,
entonces $\Delta ABC \cong \Delta EFG$

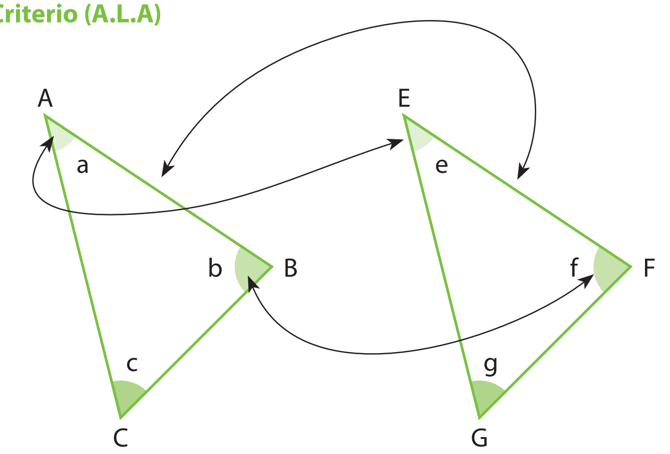
**Criterio (L.L.L)**




**Criterio (L.A.L)**




**Criterio (A.L.A)**

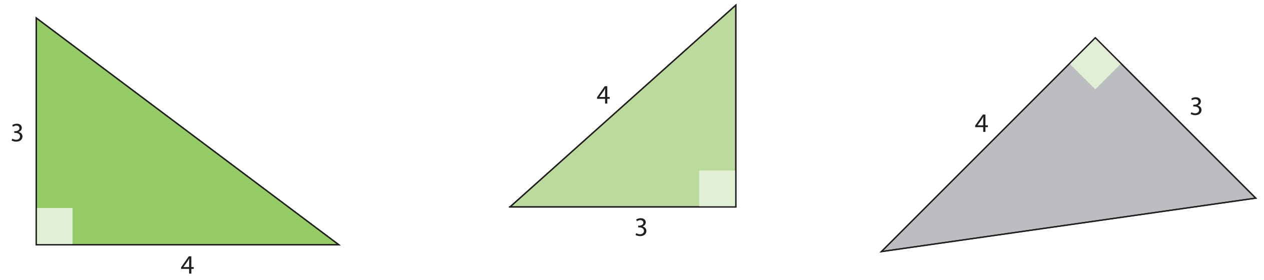



## Ponte a prueba

### Actividad 1

Identifica los triángulos que sean congruentes.

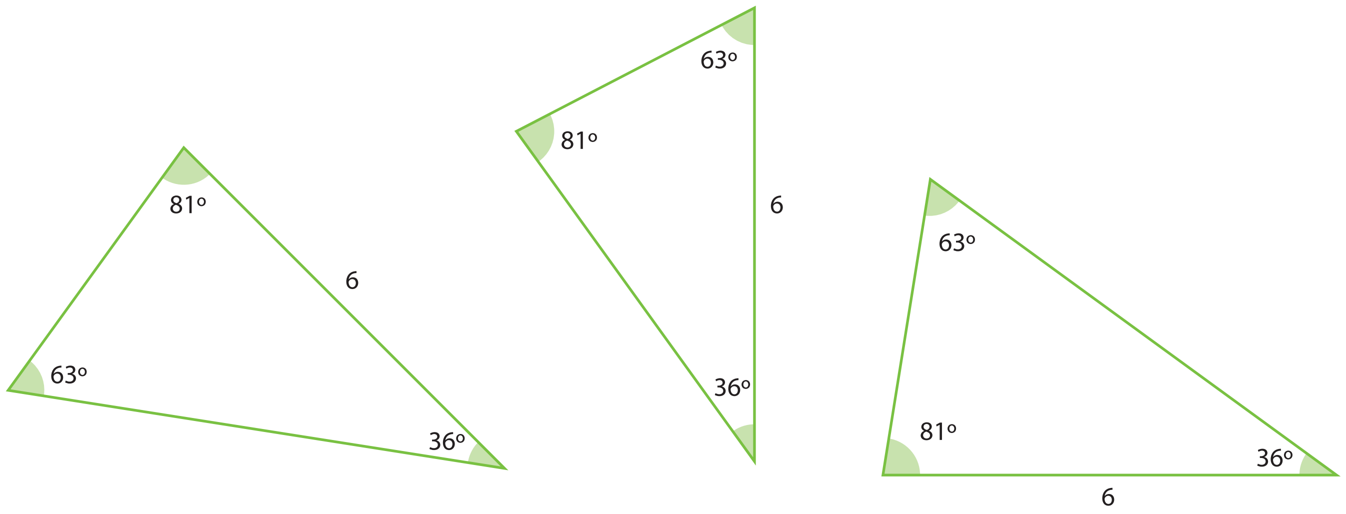
Escribe el criterio de congruencia en el que basaste tu respuesta.




### Actividad 2

Identifica los triángulos que sean congruentes.

Escribe el criterio de congruencia en el que basaste tu respuesta.



## La hora del reto

Pregunta a varios de tus compañeros de escuela (entre más mejor) cuál es su estatura. Registra los datos obtenidos en tu cuaderno, organiza la información en una tabla y preséntala en una gráfica.

Ilustración: Humberto Vega Mendoza

## ¿Qué aprendiste?

Copia en tu cuaderno la siguiente escala y encierra en un círculo el número que corresponda al nivel de logro que alcanzaste en cada resultado de aprendizaje. El número 1 representa el nivel más bajo y el 10 el más alto.

Recabo datos e información entre la población de mi escuela.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Organizo información en tablas y gráficas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Diferencio la frecuencia relativa de la frecuencia absoluta.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Desarrollo una breve encuesta entre mis compañeros de la escuela.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

conafe
Vivir Mejor
Gobierno Federal
SEP
Consejo Nacional de Fomento Educativo
DISTRIBUCIÓN GRATUITA / PROHIBIDA SU VENTA
"Este programa es público, ajeno a cualquier partido político.
Queda prohibido el uso para fines distintos a los establecidos en el programa".



4

# La encuesta

### Aprendizajes esperados:

*Diseño de una encuesta o un experimento e identificación de la población en estudio.*
*Discusión sobre las formas de elegir el muestreo.*
*Obtención de datos de una muestra y búsqueda de herramientas convenientes para su presentación.*

## Activa lo que sabes

La gráfica muestra la cantidad de hijos que hay en una comunidad, por cada pareja.

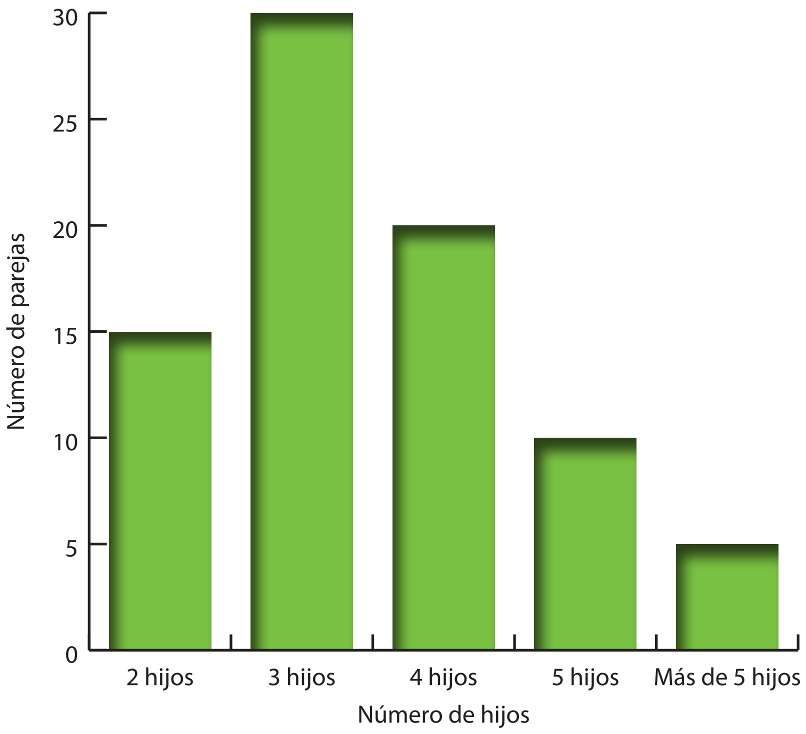
De acuerdo con la información contesta las siguientes preguntas:

¿Cuántas parejas tienen más de cinco hijos?

¿Cuántas parejas fueron entrevistadas?

¿Cuál fue la mayor frecuencia de hijos?

¿Qué tipo de gráfica es la que se presenta?




## ¿Cuál es el problema?

La información que se presenta en la sección anterior corresponde a 80 parejas que fueron entrevistadas en algún lugar de país.

Si realizas la misma pregunta en tu comunidad, ¿los resultados serán iguales o similares?

Investigas entre varios miembros de tu comunidad cuántos hijos tienen, registra los datos en tu cuaderno y presenta los resultados en clase. ¿Sucederá lo mismo en todo el estado?, ¿en todo el país? Comenta en clase estas preguntas, así como los resultados que obtuvieron todos tus compañeros de grupo.

## Tiempo de aprender

Alguna vez has pensado en cuántas personas viven en tu comunidad o cuántos de tus compañeros de la escuela juegan algún deporte o a qué se dedican las personas que conoces.

Las matemáticas nos permiten resolver dudas de este tipo fíjate bien en el siguiente ejemplo.

En una escuela similar a la tuya se realizó una encuesta a 50 niños, con la siguiente pregunta:

¿Qué materia de tu escuela te gusta más?

a. Matemáticas
b. Español
c. Ciencias
d. Geografía

Al reunir los 50 cuestionarios se contabilizaron los datos y se organizaron en una tabla como la siguiente:

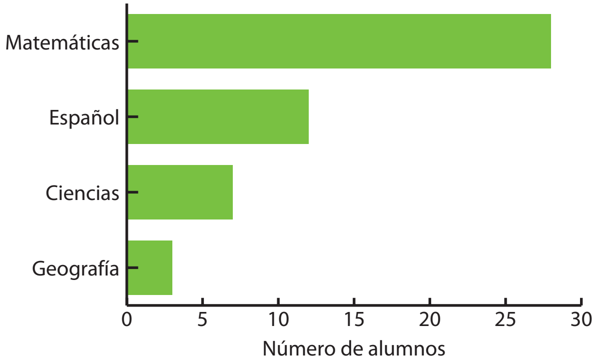
| Materias | Número de alumnos |
|---|---|
| Matemáticas | 28 |
| Español | 12 |
| Ciencias | 7 |
| Geografía | 3 |

En este caso el conjunto de alumnos recibe el nombre de población de estudio, las materias reciben el nombre de variable estadística.

Al número de veces que aparece cada materia, se le llama **frecuencia absoluta**, por ejemplo, la materia de Ciencias aparece 7 veces, por tanto su frecuencia absoluta es 7. Al resultado de dividir la frecuencia absoluta entre el número de datos (tamaño de la población), se le llama **frecuencia relativa**.

Cuando se tienen varios datos es muy útil usar gráficas para organizar y presentar la información.

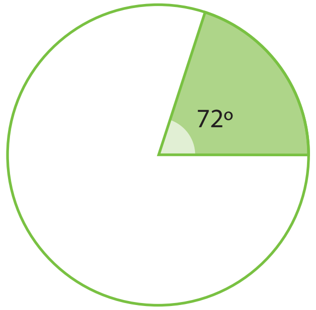
El **gráfico de barras** es una representación de dos dimensiones (eje vertical y eje horizontal). Para representar los datos, se usan barras rectangulares. La longitud de esas barras es proporcional a los valores obtenidos. Las barras pueden ser horizontales o verticales.




La **gráfica circular** (o de pastel) es un recurso que se emplea principalmente para representar datos en términos de porcentaje. Los sectores de la gráfica se obtienen al establecer la relación de proporcionalidad entre los 360° de la circunferencia y el respectivo valor del ángulo que corresponde a una sección o rebanada. Si se tiene en cuenta que 360° = 100%, una rebanada que represente el 20% tendrá que cumplir la siguiente ecuación:

$\frac{\boldsymbol{x}}{20} = \frac{360}{100}$, donde $\boldsymbol{x} = \frac{20 \times 360}{100}$, por lo que $\boldsymbol{x} = 72°$

Esto significa que el sector circular que conforma la rebanada debe estar determinado por un ángulo central de 72°, como se puede observar en la siguiente imagen:




## Ponte a prueba

### Actividad 1

Pregunta a varios de tus compañeros de escuela (entre más mejor) cuál deporte les gusta más. Registra en tu cuaderno la información que obtengas, organízala en una tabla y contesta las siguientes preguntas:

¿Qué deporte gusta más entre tus compañeros de escuela?

¿Qué deporte gusta menos entre tus compañeros de escuela?

Escribe la frecuencia absoluta y relativa de los deportes que se mencionaron.

Representa los datos en una gráfica.


### Actividad 2

Los siguientes datos corresponden al peso en kilogramos de algunos alumnos de una escuela.

28.5, 31.5, 23.8, 32.1, 36.6, 41.7, 44.2, 36.8, 32.2, 32.4, 42.8, 32.7, 39.8, 45.7, 36.8, 48.9, 32.6, 45.7, 29.6, 32.7

Para ordenar y registrar los datos usa una tabla como la siguiente:

| Número de alumnos de complexión delgada 29.7 - 35.1 kg | Número de alumnos de complexión media 35.2 - 43.4 kg | Número de alumnos de complexión gruesa 43.5 kg en adelante |
|---|---|---|
| | | |

Presenta los resultados en una gráfica.